

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 31 (1976)  
**Heft:** 6

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

verschiedenen Schnittpunkte je zweier der drei durch  $P$  verlaufenden Kreise um  $A_1, A_2, A_3$ , so ist das Dreieck  $Q_1 Q_2 Q_3$  zum gegebenen Dreieck ähnlich. Wann sind diese Dreiecke sogar kongruent?

J. Brejcha, Brno, ČSSR

**Aufgabe 779.**  $A$  sei der Ring aller ganzen algebraischen Zahlen. Ferner sei  $p$  eine Primzahl. Dann gilt:

a) Es gibt ein maximales Ideal  $P$  von  $A$  mit  $p \in P$ .

b) Ist  $P$  ein maximales Ideal von  $A$  mit  $p \in P$ , so ist  $A/P$  der algebraische Abschluss von  $GF(p)$ .

Dies ist zu beweisen.

H. Lüneburg, Kaiserslautern, BRD

**Aufgabe 780.** Man beweise: Für alle  $n \in \mathbf{N}$  gilt

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{[(k-1)/n]}}{2k-1} = \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n (\pi - w_{nk}) \operatorname{cosec} w_{nk}.$$

Dabei ist  $[x] =$  grösste ganze Zahl  $\leq x$  und  $w_{nk} = \frac{2k-1}{2n} \pi$ .

I. Paasche, München, BRD

## Literaturüberschau

*Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundzüge der Masstheorie.* Von HEINZ BAUER. 2. Auflage. 407 Seiten. DM48,-. Walter de Gruyter, Berlin 1974.

Die Wahrscheinlichkeitstheorie ist seit ihrer axiomatischen Grundlegung durch A. N. Kolmogoroff im Jahre 1933 unlösbar mit der Mass- und Integrationstheorie verbunden.

Es ist deshalb begrüßenswert, dass nun die 2. Auflage eines Werkes in deutscher Sprache erschienen ist, das auf hohem Niveau in die genannten Disziplinen einführt.

Im 1. und 3. Teil wird unabhängig von Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen die Mass- und Integrationstheorie entwickelt, wobei auch Masse auf topologischen Räumen berücksichtigt sind. Der Rest des Buches ist der Wahrscheinlichkeitstheorie gewidmet: Gesetz der grossen Zahlen, Grenzwertsätze, stochastische Prozesse, vor allem Markovprozesse. Neu sind die über 200 Aufgaben, die dem Leser ein aktives Mitarbeiten erlauben.

Heinz Bauer vermittelt eine klare, streckenweise anspruchsvolle Einführung in eine moderne mathematische Disziplin, die so zahlreiche Anwendungen in vielen Wissenschaftsbereichen gefunden hat.

H. LOEFFEL

*Subjektive Wahrscheinlichkeiten.* Von H. W. GOTTINGER. 101 Seiten. DM28,-. Verlag Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen 1974.

Der Wahrscheinlichkeitsbegriff erscheint im wesentlichen unter zwei Aspekten. Für die Mehrheit der anglo-amerikanischen Schule steht die *häufigkeitsinterpretierte* Wahrscheinlichkeit im Vordergrund. Im Rahmen der Entscheidungstheorie bei Unsicherheit (inkl. statistischer Entscheidungstheorie) wird die

Wahrscheinlichkeit auch als *subjektiver Glaubwürdigkeitsgrad* ausgelegt. Insbesondere die Bayesche Statistik stützt sich auf die letztgenannte Interpretation. In entscheidungstheoretischer Sicht ist der Einstieg über sogenannte *qualitative Wahrscheinlichkeitsstrukturen* von Vorteil. Das vorliegende Buch behandelt im wesentlichen die Frage, unter welchen Voraussetzungen eine qualitative (subjektive) Wahrscheinlichkeitsstruktur mit einem entsprechenden *Wahrscheinlichkeitsmass*  $P$  «verträglich» ist.

Im deutschen Sprachraum schliesst das klar konzipierte Werk eine wichtige Lücke. Wenn auch Anwendungen und Aufgaben fehlen, so dürfte sich die Lektüre doch für alle jene lohnen, die sich für die neuesten Arbeiten auf dem Gebiet der subjektiven Wahrscheinlichkeitstheorie interessieren. H. LOEFFEL

*Mathematics for Engineers.* Von L.J. NICOLESCU und M.I. STOKA. Englische Übersetzung des ersten Teils der zweiteiligen rumänischen Ausgabe. 460 Seiten. DM 48,70. Verlag Abacus-Press, Turnbridge Wells, Kent 1974.

Dieses Buch behandelt in leicht verständlicher Form die folgenden Sachgebiete: Feldtheorie, Funktionen einer komplexen Variablen, Vektorräume, Tensorrechnung, Masstheorie und Lebesgue-Integral, trigonometrische Reihen, Operatorenkalkül.

Es ist ein mathematisches Theoriebuch. Auf Anwendungen aus dem Gebiet der Physik und der Ingenieurwissenschaften wird nicht eingegangen. Auch die Übungsaufgaben, mit welchen die einzelnen Kapitel abschliessen, sind von rein mathematischer Art.

Vom Leser des Buches wird erwartet, dass er mit den Grundlagen der Differential- und Integralrechnung vertraut ist. K. MEIER

*A Course in Modern Algebra.* Von P.J. HILTON und YEL-CNIANG WU. 249 Seiten. £9.00. Wiley, New York 1974.

Dieses Buch ist als eine elementare Einführung in die Algebra gedacht. Der Student lernt zuerst die Grundbegriffe der Gruppentheorie und der Theorie der Abelschen Gruppen kennen, wobei speziell den universellen Konstruktionen (Produkt, Coprodukt usw.) viel Gewicht beigemessen wird; beim Vergleich der beiden Theorien drängt sich dann die Sprechweise der Kategorietheorie in natürlicher Weise auf. Es schliesst sich demgemäss ein Kapitel über Kategorietheorie an. In einigen weiteren Kapiteln werden Ringe und Moduln behandelt, und es werden alle nötigen Vorbereitungen zusammengestellt, welche für ein fruchtbares Studium der homologischen Algebra notwendig sind.

Das Lehrbuch ist sehr sorgfältig abgefasst. Jedes Kapitel ist von einer Serie von interessanten Übungsaufgaben begleitet. G. MISLIN

*Gewöhnliche Differentialgleichungen.* Eine Einführung. Von WOLFGANG WALTER, 229 Seiten. DM 14,80. Heidelberger Taschenbücher, Band 110. Springer Verlag, Berlin 1972.

Bei flüchtigem Überfliegen des Inhaltsverzeichnisses glaubt man, eine Darstellung der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen in Händen zu halten, wie sie in bekannten Werken, wie z.B. dem von Pontrjagin, geboten wird. Bei genauerem Studium des Büchleins erkennt man jedoch, dass an vielen Stellen herkömmliche Beweismethoden durch Verfahren ersetzt worden sind, die durchwegs auf dem Fixpunktsatz für kontrahierende Abbildungen in Banachräumen beruhen. Zum Beispiel wird der Existenzsatz für lineare Systeme im Komplexen nicht mehr mit Hilfe des Monodromiesatzes bewiesen (diese Beweismöglichkeit wird zwar skizziert), sondern durch Konstruktion eines geeigneten Banachraumes und durch Anwendung des Fixpunktsatzes. Durch Verwendung solcher Methoden werden die Beweise zwar einiges kürzer, wohl aber auch abstrakter, und der in Funktionalanalysis nicht sehr bewanderte Leser ist froh, die Theorie an geschickt ausgewählten Beispielen illustriert zu erhalten.

Alles in allem handelt es sich um eine gute Einführung (viele Abschnitte gehen wohl über eine Einführung hinaus), welche aber vom Leser mindestens Kenntnisse in Analysis und linearer Algebra fordert, wie sie etwa das erste Studienjahr innerhalb des Mathematikstudiums vermittelt. H. WIDMER

*Analysis I.* Von M. BARNER und F. FLOHR. 489 Seiten. DM 48,-. W. de Gruyter, Berlin-New York 1974.

Inhalt: 1. Die reellen Zahlen. 2. Funktionen. 3. Konvergente Folgen. 4. Logarithmusfunktion und Exponentialfunktion. 5. Reihen. 6. Komplexe Zahlen, Winkelfunktionen. 7. Stetige Funktionen. 8. Diffe-

renzierbare Funktionen. 9. Funktionenfolgen, gleichmässige Konvergenz. 10. Integration. 11. Uneigentliche Integrale. 12. Fourier-Reihen.

Dieser erste Band ist aus Vorlesungen der Autoren an der Universität Freiburg i.Br. entstanden und behandelt Funktionen einer reellen Variablen; der sich in Vorbereitung befindende zweite Band wird sich mit Funktionen mehrerer Variablen befassen. Jedes Kapitel wird mit einem kurzen Inhaltsüberblick eingeleitet. Die einzelnen Abschnitte schliessen mit einer Serie von Aufgaben, deren Lösungen nicht ausgeführt sind. Viele durchgerechnete Beispiele begleiten den Text in angenehmer Weise.

Einige Besonderheiten, die aus der obigen Inhaltsangabe nicht ersichtlich sind, geben dem Buch sein besonderes Gepräge: Die dehnungsbeschränkten (d.h. Lipschitz-stetigen) Funktionen nehmen einen recht wichtigen Platz ein, ebenso die Regelfunktionen, auf die sich das in 10. eingeführte bestimmte Integral bezieht. Der Vektorraumstruktur verschiedener Funktionenklassen wird grosse Beachtung geschenkt. Die natürliche Logarithmusfunktion wird als einzige Lösung der Funktionalgleichung  $f(xy) = f(x) + f(y)$  und der Funktionalungleichung  $f(x) \leq x - 1$  charakterisiert. Mit ihr erfolgt der Eintritt in die Klasse der Logarithmus-, der Exponential- und der allgemeinen Potenzfunktionen, die dann als die stetigen Lösungen der passenden Cauchyschen Funktionalgleichung erscheinen. Die gleichmässige Stetigkeit wird mit der Frage der stetigen Fortsetzbarkeit in Zusammenhang gebracht. Schliesslich wird in 5. die Theorie der summierbaren Zahlenfamilien entwickelt und so ein neuer Zugang zur absoluten Konvergenz eröffnet.

Es kann kein Zweifel darüber bestehen, dass dieser wertvolle Band eine ebenso gute Aufnahme finden wird wie seinerzeit das vom ersten Autor verfasste Götschenbändchen 86/86a «Differential- und Integralrechnung I» (1961), dessen Inhalt hier in wesentlichen Teilen eingebettet ist. J. RÄTZ

*Analysis I, II, III.* Von CH. BLATTER. I: XVI und 204 Seiten. II: XII und 180 Seiten. III: XII und 184 Seiten. Je DM 14.80. Heidelberger Taschenbücher, Bände 151, 152, 153. Springer, Berlin-Heidelberg-New York 1974.

Dieses Werk ist entstanden aus Vorlesungen des Autors für Studenten der Mathematik und Physik der ersten zwei bis drei Semester. Der Grad der Strenge in der Präsentation des Stoffes wurde denn auch entsprechend gewählt. Durch sein sorgfältiges Eingehen auf die logischen, mengentheoretischen und algebraischen Grundlagen erreicht der Verfasser die für Studienanfänger erwünschte Autonomie seiner Ausführungen. Neu eingeführte Begriffe werden im Text laufend durch meistens durchgearbeitete Beispiele illustriert. Aufgaben wurden keine aufgenommen. Besonders auffallend ist die Klarheit und Eleganz der Beweisführung.

Im ersten Band wird gewissermassen der Unterbau bereitgestellt. Dabei gelingt es dem Autor in geschickter Weise, die Räume  $R$ ,  $C$  und  $R^m$  simultan zu betrachten und Wiederholungen zu vermeiden; dies gilt insbesondere für Folgen, Reihen, stetige Funktionen und Grenzwerte von Funktionen. Bei den letzteren sind, wie es von vielen Anwendungssituationen her geboten ist, auch uneigentliche Grenzwerte sowie Grenzwerte an uneigentlichen Stellen wie  $+\infty$  und  $-\infty$  mitbetrachtet. Der erste Band schliesst mit der Differentialrechnung der reellwertigen Funktionen einer reellen Variablen.

Der zweite Band beginnt mit dem Riemannsches Integral der soeben genannten Funktionen. Es folgen dann ausgewählte Gegenstände der Kurventheorie, Funktionenfolgen, Potenzreihen (in  $R$  und  $C$ ) und die Theorie der Differentiation von Funktionen von  $R^m$  in  $R^m$ .

Band III wird eröffnet durch die Theorie der stetigen Differenzierbarkeit; insbesondere gelangen die Sätze über die lokale Umkehrbarkeit und über implizite Funktionen zur Darstellung. Ein weiterer Hauptgegenstand ist das Riemannsches Integral in  $R^m$  und die Betrachtung der mehrfachen Integrale. Mit Vektorfeldern, der Greenschen Formel für ebene Bereiche und den Sätzen von Stokes und Gauss schliesst das Werk, dessen Lektüre jedem Interessenten des Gebietes wärmstens empfohlen werden kann. J. RÄTZ

*Hybridrechnen.* Von M. FEILMEIER. 304 Seiten. Fr. 48.-. Birkhäuser, Basel 1974.

Hybride Rechenanlagen bestehen aus einem Digitalrechner, einem Analogrechner und einem Koppelwerk. Es gibt Aufgaben, die sich mit einem Hybridrechner besser lösen lassen als mit einem Digitalrechner. Trotzdem hat sich die hybride neben der digitalen Rechentechnik nicht richtig durchsetzen können. Dies ist hauptsächlich darauf zurückzuführen, dass der hybride Rechenbetrieb bis heute viel weniger stark automatisiert ist als der digitale Rechenbetrieb.

Aus diesem Grunde behandelt der Autor nach einer allgemeinen Einführung hauptsächlich die Frage der Automatisierbarkeit des hybriden Rechnens. Er zeigt die Bedingungen, die an die Hard- und Software eines Hybridrechners gestellt werden müssen, sowie die heute verwendeten Lösungen. Mit einer weitgehend automatisierten Hybridanlage lassen sich die Hauptprobleme der analogen Rechen-technik wie Programmdokumentation und Skalierung sinnvoll lösen.

Bei den ebenfalls ausführlich behandelten Anwendungen des Hybridrechners wird von der mathematischen Aufgabe ausgegangen. Es werden Verfahren zur Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen (Anfangs- und Randwertproblemen), partiellen Differentialgleichungen, Parameter- und Funktionaloptimierungen sowie zur Untersuchung von stochastischen Vorgängen angegeben.

Das Buch gibt in seiner Vielfalt eine ausgezeichnete Übersicht über die Möglichkeiten und Grenzen der hybriden Rechentechnik. W. SCHAUFELBERGER

*Mathematik für Lehramtskandidaten.* Von H. SCHEID und L. WARLICH. Bd.I: XIV, 207 Seiten. DM 16,80. Bd. II: XI, 235 Seiten. Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt a. M. 1974.

Das in der Reihe «Studien – Text» erscheinende Werk soll 4 Bände umfassen; die ersten beiden (Bd. I: Mengen, Relationen, Abbildungen; Bd. II: Algebraische Strukturen und Zahlenbereiche) liegen vor, die restlichen beiden (Bd. III: Geometrie; Bd. IV: Differential- und Integralrechnung) sollen 1975 erscheinen.

In den beiden vorliegenden Bänden wird die Absicht deutlich, die einzelnen Stoffgebiete zwar gründlich, aber ohne weiterführende Details übersichtlich und einprägsam darzustellen. Bei der Einführung neuer Begriffe werden motivierende Hinweise gegeben und auch die verschiedenen in der Praxis gebräuchlichen gleichbedeutenden Namen dazu vermerkt – mir scheint es dann aber nicht sinnvoll, später im Text gleichbedeutende Namen wie «Zielmenge» und «Wertebereich» im selben Abschnitt zu verwenden. Jedem Unterabschnitt sind Aufgaben beigelegt, welche auch viele Anregungen für die spätere Schulpraxis enthalten. H. WALSER

*Raumgeometrie in der technischen Praxis.* Von IMRE PÁL. 176 Seiten. 555 räumliche Gebilde. \$13.00. Akadémiai Kiadó, Budapest 1974.

Unter Raumbildern oder Anaglyphen versteht man zweifarbige Bilderpaare, welche beim Betrachter, der durch eine entsprechende zweifarbige Brille (zwei solche Exemplare sind dem Buch beigelegt) mit jedem Auge nur ein Bild sieht, die optische Täuschung von räumlichen Gebilden erwecken.

Die vorliegende Sammlung von 555 Anaglyphen enthält zunächst Elemente der räumlichen Geometrie; diese dienen der Veranschaulichung von Problemen der darstellenden Geometrie; dann Anwendungen in Maschinenbau, Architektur und Chemie; das letzte Kapitel, welches laut Überschrift einige räumliche Probleme aus dem Grenzgebiet der Mathematik behandeln soll, befasst sich hauptsächlich mit Flächen zweiten Grades und mit Regelflächen. Kurze Erläuterungen weisen hin auf den mathematischen Gehalt der betreffenden räumlichen Gebilde, aber auch auf ästhetische (Bauwesen) und praktische (Maschinenbau) Probleme. Leider fehlt eine Anleitung, wie von einer zum Beispiel in Grund- und Aufriss gegebenen Figur eine Anaglyphe hergestellt werden kann. H. WALSER

*Aufgaben zur Darstellenden Geometrie.* Von J. HOSCHEK und G. SPREITZER. 229 Seiten. DM 24.–. Bibliographisches Institut, Zürich 1974.

Das Buch enthält rund 100 Konstruktionsaufgaben zu Zwei- und Mehrtafelprojektion, kotierte Projektion, Axonometrie, Durchdringung, Schattenkonstruktion und Perspektive. Die Aufgabenstellung ist mit Hilfe von technischen Fachausdrücken kurz und prägnant gefasst. Jeder Aufgabe ist die Lösung mit Lösungsbericht gegenübergestellt, so dass sich das Buch als Übungsbuch gut eignet.

Zu kurz kommen geometrische Zusammenhänge; so vermisse ich bei der Aufgabe, den Weg eines an drei paarweise orthogonalen Ebenen gespiegelten Lichtstrahls zu konstruieren, den Hinweis darauf, warum der einfallende und der ausfallende Lichtstrahl parallel sind.

Der kurze theoretische Abriss im Anhang ist eine gute Nachschlagehilfe. H. WALSER

*Sets and Transfinite Numbers.* Von MARTIN M. ZUCKERMAN. 423 Seiten. £5.95. Macmillan, London 1974.

Dieses Buch stellt eine sehr schöne und reichhaltige Einführung in die Mengenlehre dar, auf halb-axiomatischer Grundlage aufgebaut, wie das heute bei einer nicht streng der axiomatischen Mengenlehre

verpflichteten Darstellung üblich ist. Die Axiome der Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre werden in der Umgangssprache hingeschrieben; die Folgerungen aus ihnen sehr sorgfältig bewiesen.

Beschreibung der einzelnen Kapitel: 1 bringt die «ungefährlichen» Axiome, 2 definiert wie üblich Relationen und Funktionen, 3 zeigt die Konstruktion von Zahlen (von den natürlichen bis zu den komplexen) im Rahmen der Theorie, 4 führt das Auswahlaxiom ein und beweist den Wohlordnungssatz. Von hier aus steigt der Schwierigkeitsgrad recht steil an. In 5 werden die Ordinalzahlen und das Rechnen mit ihnen definiert, und es wird die transfinite Induktion erläutert, die bekanntlich in ZF etwelche Schwierigkeiten bereitet. 6 bringt die Einführung der Kardinalzahlen nach dem Verfahren von Dana Scott, also mittels des Begriffs «Rang» und ohne die Benutzung des Auswahlaxioms. Die wichtigsten Rechenregeln für Kardinalzahlen werden ebenfalls ohne dieses Axiom hergeleitet. Hierauf werden in der üblichen Art die Alephs definiert und gezeigt, wie einfach das Rechnen mit ihnen wird. Die Verbindung über das Auswahlaxiom zu den Kardinalzahlen gibt dem Autor Gelegenheit, die Gleichwertigkeiten dieses Axioms mit gewissen Rechenregeln von Alephs zu beweisen. Durchwegs sind neueste Resultate aufgeführt. Das Buch schliesst mit einer Beschreibung des Problems der allgemeinen Kontinuumshypothese und der unerreichbaren Kardinalzahlen, wobei Beweise allerdings nur angedeutet werden.

Ein besonderes Merkmal des Buchs ist die gewaltige Anzahl von Übungsaufgaben, die es bereichert. Eine Auswahl der Aufgaben wird im Anhang entweder vollständig gelöst oder die Lösung durch Hinweise und Tips erleichtert. Ein sorgfältig geführtes Literaturverzeichnis beschliesst das sehr empfehlenswerte Werk.

P. WILKER

*The Appeal of the Paradoxical.* Von ROY O. DAVIES. 14 Seiten. £0.40. Leicester University Press, 1974.

Dies ist der Abdruck einer Antrittsvorlesung, die der Verfasser im Januar 1974 an der Universität Leicester hielt. Mit «paradox» sind nicht logische Widersprüche gemeint, sondern Ergebnisse, «die unserer Intuition missbehagen». Die Vorlesung richtete sich offenbar an ein aus Mathematikern und Nicht-Mathematikern zusammengesetztes Publikum, denn neben vielen bekannten, in sehr ansprechender Form dargelegten Tatsachen – Folgerungen aus dem Auswahlaxiom, Abzählbarkeit und Überabzählbarkeit, Inhaltsfragen in Ebene und Raum – kommen auch weniger geläufige Ergebnisse vor. Sie betreffen vor allem die endliche Zerlegungsgleichheit in Ebene und Raum und überraschende Zerlegungen von Ebene und Raum selber, Forschungsgebiete, in denen der Verfasser selber publizierte. Es seien zwei Beispiele angeführt. Die euklidische Ebene ist die Vereinigung dreier Punktmenge  $E$ ,  $F$ ,  $G$  mit folgender Eigenschaft: es gibt drei unabhängige Richtungen  $r_E$ ,  $r_F$ ,  $r_G$ ; jede Gerade parallel zu  $r_E$  schneidet  $E$  nur in endlich vielen Punkten, analog für  $F$  und  $G$ . Die drei Mengen sehen also, jede in einer gewissen Richtung betrachtet, recht «dünn» aus, und trotzdem bedecken sie die Ebene vollständig. Es ist zu präzisieren, dass schon Sierpinski dies vermutete und dass der Verfasser, im Verein mit F. Bagemihl, nachweisen konnte, dass die Aussage mit der Kontinuumshypothese gleichwertig ist. Er konnte auch ein vielleicht noch überraschenderes Ergebnis gewinnen. Bezeichnet man als Graph das Bild einer über  $R$  erklärten reellwertigen Funktion, also eine Punktmenge, die von jeder Ordinatenparallele in genau einem Punkt getroffen wird, so gilt: die Ebene ist die Vereinigung von abzählbar unendlich vielen, zueinander disjunkt liegenden und untereinander kongruenten Bildern eines geeignet gewählten Graphen. Schon Sierpinski hatte dies aus der Kontinuumshypothese gefolgert, aber Davies wies nach, dass man diese Hypothese beim Beweis vermeiden kann. Das nur 14 Seiten umfassende Heftlein mit reichlichen Literaturangaben enthält viele schöne Resultate, die man im Gymnasial- wie auch im Hochschulunterricht sehr gut gebrauchen könnte.

P. WILKER

*Differentialrechnung.* Von H. CARTAN. Übersetzung von Calcul différentiel, Hermann 1967. 236 Seiten. Bibliographisches Institut, Mannheim-Wien-Zürich 1974.

Henri Cartan, einer der berühmtesten Mathematiker der heutigen Zeit – und ein Buch über Differentialrechnung? Da muss doch etwas dahinterstecken. Und tatsächlich, schlägt man Kapitel 2 «Differenzierbare Abbildungen» auf, so liest man zu Beginn: «Im folgenden seien zwei Banachräume  $E$  und  $F$  und eine offene, nicht-leere Untermenge  $UCE$  gegeben.» Man ist beruhigt – es handelt sich natürlich nicht um ein «gewöhnliches» Lehrbuch der Differentialrechnung, sondern alles spielt sich unter Funktionen aus oder in Banachräumen ab, wofür man neben  $n$ -dimensionalen reellen oder komplexen Zahlräumen zum Beispiel auch Räume stetiger, Lebesgue-

integrierbarer oder quadratisch integrierbarer Funktionen setzen kann. Erstaunlich ist, dass das praktisch keinen Unterschied ausmacht, wenigstens äusserlich. Die Sätze tönen genau so, als ob sie für Funktionen einer reellen Veränderlichen ausgesprochen würden. Freilich benötigt man dazu einige tieferliegende Sätze aus der Theorie der Banach-Räume, die im Buch zitiert, aber nicht bewiesen werden.

Das Buch enthält zwei getrennte Teile. Im ersten, Differentialrechnung in Banachräumen, werden die grundlegenden Sätze bewiesen, so der Mittelwertsatz, der Satz von den impliziten Funktionen, die Taylorformel und die Sätze über Maxima und Minima. Das tönt dann manchmal ganz harmlos: «Ist  $f$  im Punkt  $a$  zweimal differenzierbar und besitzt  $f$  in  $a$  ein relatives Minimum, so gilt  $f'(a) = 0$  und  $f''(a) \geq 0$ .» Aber  $a$  ist Punkt eines Banachraumes und  $f''(a)$  eine symmetrische Bilinearform;  $\geq 0$  bedeutet, dass sie positiv definit ist. Als hinreichende Bedingung wird dann noch die Nichtentartung der zugehörigen quadratischen Form verlangt.

Der zweite Teil ist den Differentialgleichungen gewidmet. Auch hier führt die Betrachtungsweise zu scheinbar harmlosen Situationen; so lautet Abschnitt 2.7 «Lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten», doch versteckt sich darin unter anderem die ganze Theorie der linearen Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen. Die ganze Kraft der Theorie, die im ersten Teil vielleicht etwas weit hergeholt erschien, wird hier sichtbar.

Eine Reihe von Übungsaufgaben bereichert den Text. Hauptmangel ist sicher die Unmöglichkeit, abgesehen von linearen, polynomialen und der Exponentialabbildung irgendeine konkrete Funktion einführen zu können. Auf aussermathematische Anwendungen wird vollständig verzichtet.

P. WILKER

*Topology and Normed Spaces.* Von G.J.O. JAMESON. 408 Seiten. £5.80. Chapman & Hall, London 1974.

In den meisten Büchern über Funktionalanalysis wird man die notwendigen Grundlagen aus der allgemeinen Topologie beschrieben finden, die meisten Bücher über allgemeine Topologie enthalten zum mindesten einige Anwendungen auf die Funktionalanalysis. Das vorliegende Buch versucht eine Synthese der beiden Gebiete. Die Theorie der metrischen Räume und der normierten Vektorräume dient als Motivierung und Illustration der allgemein-topologischen Begriffe und Sätze, die Topologie liefert die Grundlagen für die vertiefte Behandlung solcher Räume. Die Synthese ist dem Autor ausgezeichnet gelungen, und dieses reichhaltige Buch kann nicht angelegentlich genug empfohlen werden.

Die Trennung in die beiden Teile «Topologie» und «Normierte Vektorräume» ist nach dem eben Gesagten mehr äusserlich, denn die Begriffe und Sätze der beiden Teile sind ineinander verwoben. So wird zum Beispiel das Bairesche Theorem im 1. Teil, das Tychonoffsche im 2. Teil bewiesen. Die Erweiterung von Funktionen auf Oberräume spielt eine grosse Rolle: im 1. Teil wird der Tietzesche Erweiterungssatz bewiesen, im 2. der Hahn-Banach-Satz. Es finden sich auch Gebiete im Buch beschrieben, die sonst eher vernachlässigt werden, so zum Beispiel der Satz, dass jeder kompakte metrische Raum stetiges Bild des Cantor-Raumes ist, oder ein Satz über sogenannte CS-abgeschlossene Mengen, der das berühmte «closed-graph theorem» nach sich zieht. Die Konstruktion der Stone-Čech-Kompaktifizierung fehlt ebensowenig wie der Stone-Weierstraßsche Satz oder der Metrisationssatz von Urysohn. Auf den allgemeinen Metrisationssatz ist verzichtet worden, ebenso ganz bewusst auf alle mit der Masstheorie zusammenhängenden Fragen.

Das Buch enthält zahlreiche Zwischenbemerkungen über die Bedeutung und den Zusammenhang der bewiesenen Sätze, was den Text sehr lebendig erhält. Viele Aufgaben und ein kommentiertes Literaturverzeichnis ergänzen das Werk. Obwohl nur eine Einführung sowohl in die allgemeine Topologie wie auch in die Funktionalanalysis, kann es vorgängig eines intensiven Studiums dieser beiden Gebiete mit Vorteil herangezogen werden.

P. WILKER

*Diophant und diophantische Gleichungen.* Von I.G. BÄSMAKOWA. Uni Taschenbuch 360. 97 Seiten Fr. 11.70. Birkhäuser, Basel 1975.

Auf den ersten 20 Seiten schildert die Verfasserin die Zeitumstände von Diophant, die Überlieferung seines Werkes und seinen Zahlbegriff. Sodann werden solche diophantische Aufgaben besprochen, die sich auf eine Gleichung in zwei Unbekannten zurückführen lassen. Es wird gezeigt, dass Diophant eine allgemeine Methode zur Bestimmung der rationalen Punkte auf Kurven zweiter Ordnung besass und auch eine davon verschiedene Methode zur Bestimmung der rationalen Punkte

auf Kurven dritter Ordnung. Dies ist eine völlig neue Erkenntnis, und hierin liegt der wissenschaftliche Wert des Buches, das eine von der bisherigen verschiedene Beurteilung des Werkes von Diophant vermittelt. Sodann wird die Arithmetik von Diophant betrachtet und ihr Einfluss auf Viète, Fermat und Euler beschrieben. Die Besprechung einer Arbeit von Jacobi über Diophant, der Beiträge von Poincaré, Mordell, Siegel, Šafarevič und Tate beschliessen das inhaltsreiche Taschenbuch.

J.J. BURCKHARDT

*Les Applications nouvelles des Mathématiques et l'Enseignement secondaire.* Tagungsbericht zum 3. Seminar in Echternach (Luxembourg), 1973. Imprimerie Vicor S.A., Esch-sur-Alzette (Luxembourg), 1975.

Das von der IMUK organisierte Seminar von Echternach hat sich sehr schnell zu einem internationalen Rendez-vous der engagierten Mathematik-Didaktiker entwickelt. Wohl in der Absicht, das bei solchen Tagungen meist sehr divergierende Vortragsangebot etwas zu kanalisieren, haben sich die Organisatoren des 1973er Seminars auf ein bestimmtes Thema festgelegt. Folgende Referenten sprachen über moderne Anwendungen der Mathematik und deren Relationen zum Mathematikunterricht: H. Freudenthal (Der Wahrscheinlichkeitsbegriff als angewandte Mathematik); G.T. Guilbaud (Les Langages d'Espace); A. Engel (Computerorientierte Mathematik); J.C. Herz (Exemples de mathématisation); M. Brown (The use of real problems in teaching the art of applying mathematics); A. van der Sluis (Computer science and secondary education); B. de Finetti (Le fusionisme d'aujourd'hui); P. Burgat (Les chroniques du point de vue statistique); H. G. Steiner (Mathematisierungen, die auf metrische Räume führen); J.H. Durran (Markow chains); T.J. FLETCHER (Producing Numbers); D. Laugwitz (Motivationen in der linearen Algebra); T. Pinnoy (Mathématique et technologie); M.E. Rayner (Mathematical applications in science); H. Stever (Der Informationsbegriff als Mathematisierungsübung im Unterricht); M. Dumont (A propos des fonctions Booléennes); T. Roman (Les olympiades mathématiques).

Die Lektüre der Vorträge zeigt, dass es den Veranstaltern nicht gelungen ist, die Referenten bei der Stange zu halten. Echte Beiträge zum gewählten Tagungsthema lieferten meines Erachtens nur Freudenthal und Engel. Ihre Ausführungen verdienen das Interesse aller Schulmathematiker. Wohl bringen auch die übrigen Vorträge bemerkenswerte Aspekte ins Gespräch, sie rufen aber zugleich auch gewisse Vorbehalte gegenüber solchen Veranstaltungen auf den Plan. Bei manchem Vortrag hat man hinterher das Gefühl, dem Autor sei es primär um die Präsenz am Rednerpult gegangen. Es wird auf den international gefärbten Didaktik-Tagungen in der Regel zu viel in beziehungsloser Schöngesterei (manche nennen es Mathematisieren) gemacht, von der nur die Hotels und die Transportanstalten profitieren. Es wäre zu wünschen, dass die IMUK-Seminare etwas aus ihrer Stagnation herauskommen; ich meine damit die Tatsache, dass ein und derselbe kleine Rednerkreis unter derselben Regie an verschiedenen Orten vor fast den gleichen Zuhörern die fast gleichen Vorträge hält. Die internationale Betriebsamkeit, die leider immer mehr auf die rein touristische Ebene ausmündet, ist ein Krebsübel unserer Zeit.

Zusammenkünfte von Mathematik-Didaktikern spielen in der heutigen Reformsituation eine bedeutende Rolle; die Vertreter dieser Zunft können sich dort gegenseitig kennen lernen und miteinander ins Gespräch kommen. Diese Seite ist natürlich im Tagungsbericht von Echternach nicht erkennbar. Ich weiss aber, dass Echternach diesbezüglich in den ersten Rängen steht.

M. JEGER

## Berichtigung

In der Besprechung des World Dictionary of Historians of Mathematics, Edition 1972 (El. Math. 1976/Heft 2, S.44) wurde irrtümlicherweise ein falscher Namenshinweis gemacht. Aufgeführt im Verzeichnis ist E. Fueter und nicht R. Fueter. E. Fueter ist im März 1970 verstorben, also ebenfalls einige Zeit vor Erscheinen des Dictionary.

Die Redaktion