

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 34 (1979)
Heft: 4

Rubrik: Kleine Mitteilungen

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

gleichzeitig eine Existenzaussage für die Lösung der diophantischen Gleichung, und dies auch im Falle von Primzahlen $\equiv 1$ oder $9 \pmod{20}$ (siehe oben Satz 3). Die Überlegungen sollen an anderer Stelle publiziert werden. Peter Wilker, Bern

LITERATURVERZEICHNIS

- 1 L. Carlitz: A characterization of algebraic number fields with class number 2. Proc. Am. Math. Soc. 11, 391–392 (1960).
- 2 P.G.L. Dirichlet und R. Dedekind: Vorlesungen über Zahlentheorie.
- 3 H.M. Edwards: The background of Kummer's proof of Fermat's Last Theorem for regular primes. Arch. Hist. Exact Sci. 14, 219–236 (1974/75).
- 4 G.H. Hardy und E.M. Wright: An introduction to the theory of numbers. Oxford University Press, 1954.
- 5 L.J. Mordell: Diophantine equations. Academic Press, 1969.
- 6 J. Niven und H.S. Zuckerman: An introduction to the theory of numbers. Wiley, 1960.
- 7 P. Ribenboim: Algebraic numbers. Wiley, 1972.
- 8 H.M. Stark: On complex quadratic fields with class number two. Math. Comput. 29, 289–302 (1975).

Kleine Mitteilungen

Some equations involving the sum of divisors

Pomerance [2] considered the sets $S_k(a) = \{n: \sigma(n) = kn + a\}$ ($a, k \in \mathbf{Z}$). He observed that the sets $S_{\sigma(m)/m}(\sigma(m))$ if $m \mid \sigma(m)$ and $S_2(-1)$ are infinite and wrote: "We know of no other example." Below we give other examples of infinite $S_k(a)$.

Proposition 1. *If m is a positive integer not divisible by a prime number p and such that $\sigma(m) = (p-1)m$ then $p^k m \in S_p(-m)$ for natural k .*

Proof: $\sigma(p^k m) = \sigma(m)(p^{k+1} - 1)/(p - 1) = (p^{k+1} - 1)m = p \cdot p^k m - m$.

For instance we have $3^k \cdot P \in S_3(-P)$, where P is a perfect number not divisible by 3, e.g. $P = 28$ or $2^{19936}(2^{19937} - 1)$. Similarly, $5^k \cdot Q \in S_5(-Q)$, where $\sigma(Q) = 4Q$ and $5 \nmid Q$, e.g. $Q = 2^9 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 31$ or $2^{13} \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 43 \cdot 127$ (R. Descartes).

Eleven numbers of the set $S_2(2)$ were listed in the paper [1]. We generalize the result stated there (case $b = 1$).

Proposition 2. *If $2^a - 2b - 1$ is a prime number ($b \in \mathbf{Z}$) then $2^a - 2b - 1 \in S_2(2b)$.*

Proof: $\sigma(2^{a-1}(2^a - 2b - 1)) = (2^a - 1)(2^a - 2b) = 2^{2a} - 2^{a+1}b - 2^a + 2b$
 $= 2 \cdot 2^{a-1}(2^a - 2b - 1) + 2b$.

Andrzej Makowski, Institute of Mathematics, University of Warsaw

REFERENCES

- 1 A. Makowski: Remarques sur les fonctions $\theta(n)$, $\varphi(n)$ et $\sigma(n)$. Mathesis 69, 302–303 (1960).
- 2 C. Pomerance: On the congruences $\sigma(n) \equiv a \pmod{n}$ and $n \equiv a \pmod{\varphi(n)}$. Acta Arith. 26, 265–272 (1975).