

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 74 (2019)  
**Heft:** 3

**Buchbesprechung:** Rezensionen

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 24.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

---

---

## Rezensionen

---

---

**Raj Spielmann: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik.** *Mathematische Anwendungen in Natur und Gesellschaft*, 303 Seiten, de Gruyter, Berlin/Boston, 2017; ISBN 978-3-11-054252-3. Listenpreis: 89.95 EUR.

Der Untertitel beschreibt das behandelte Thema. Galileo Galilei hat einmal gesagt, dass *das Buch der Natur in der Sprache der Mathematik geschrieben ist*. Wenn die Gesellschaft als Teil der Natur verstanden wird, so ist es dem Autor Raj Spielmann gelungen, diese Erkenntnis in seinem Buch neu zu erläutern. So beginnt es mit dem Paradoxon von Zenon *Achilles und die Schildkröte*. Die Lösung führt auf eine konvergente geometrische Reihe. Das Problem wird vorgelöst. Raj Spielmann überrascht aber damit, dass er sich mit der klassischen Lösung nicht begnügt, sondern mit einer Variante von James Thompson aus dem Jahre 1954 fortfährt. Da geht es um folgendes Gedankenexperiment: Eine Lampe wird zunächst eingeschaltet und leuchtet 1 min, dann schaltet sie sich 1/2 min aus, dann 1/4 min wieder ein, für 1/8 min wieder aus usw. Die verblüffende Erkenntnis besteht darin, dass die Lampe in jedem Zeitpunkt unter 2 min nach der Inbetriebnahme in einem wohldefinierten Zustand ist, entweder ein oder aus. Welchen Zustand hat sie aber genau 2 min nach Inbetriebnahme? Es ist dazu keine Aussage möglich, obwohl der Zustand durch einen exakten Prozess definiert ist. Der Ton ist gegeben: Der Zusammenhang von Phänomenen mit mathematischen Konzepten. Hier geht es von einer konvergenten geometrischen Reihe zum elektrischen Zustand einer Lampe. Die Symphonie kann beginnen. Sicherlich, wir sind daran gewohnt, dass die Relation Mathematik – physikalische Prozesse in der Mechanik, Elektrodynamik, Wärmelehre, und weiteren Naturwissenschaften funktioniert. Aber in diesem Buch werden Beispiele aus der Gesellschaft im weiteren Sinne gewählt. Es enthält Ungewöhnliches, wie die Verschwörungstheorie im Falle des Mordes an John F. Kennedy (1963), abgenutzte Roulette-Kessel und ihre Folgen, die Bedeutung der Mutationen des MCM6-Gens für die Produktion von Laktase, welche bewirkt, dass Milch auch im Erwachsenenalter verdaut werden kann und zur Bevölkerungsentwicklung führt. Nach dem Motto: Milch macht gesund.

Warum treten Erbkrankheiten nicht öfter auf? In Kapitel 15 wird nachgewiesen, dass unter bestimmten Voraussetzungen ungünstige Merkmale aussterben und zwar selbst dann, wenn der Selektionsnachteil nur gering ist. Der Nachweis geschieht durch die rekursive Beschreibung der Auftretenswahrscheinlichkeit eines Merkmals in einer Generation. Aus der Rekursion folgt dann mit der ins Unendliche wachsenden Generationenzahl, dass die Auftretenswahrscheinlichkeit gegen null strebt. Als Illustration hierzu kann das auf Seite 198 dargestellte prominenteste Beispiel für Hämophilie (Bluterkrankheit) gelten, nämlich jene der Königin Victoria (1819–1901), der langjährigen Herrscherin des britischen Weltreichs. Königin Victoria galt als Trägerin der Bluterkrankheit in ihrer Familie und vererbte die Krankheit über ihre zahlreiche Nachkommenschaft (9 Kinder, 35 Enkel und 88 Urenkel) an viele europäische Fürstenhöfe. Bereits ab der fünften Generation trat die Krankheit nicht mehr auf. Schweifen wir aber kurz ab: In der Tat war auch der letzte Zarewitsch von Russland als Urenkel mit ihr verwandt. Seine Mutter Alexandra Fjodorovna, ledig Alix von Hessen-Coburg, war Enkelin der Königin Victoria. Die Mutter Alexandra hat die Krankheit ihrem Sohn Alexei übertragen. Sie war verzweifelt und hat besonderes Vertrauen zu dem legendären Mönch Grigori Rasputin gehabt, er könne ihr Kind retten. Rasputin wurde an den Hof der Romanows geholt. Rasputin's Einfluss auf die Familie des letzten Zaren Niklaus II und seine Gemahlin Alexandra Fjodorovna waren aber negativ. Rasputin wurde ermordet. Zar Niklaus II konnte die Bolschewistische Revolution mitten im 1. Weltkrieg nicht abwenden. Die Zarenfamilie mit den fünf Kindern wurde in Jekaterinburg im Juli 1918 ermordet. Das ist das tragische Ende dieser Geschichte! Aber kehren wir nun zur Mathematik zurück.

Noch ein weiteres schönes Beispiel: Der Mathematiker Daniel Bernoulli (Basel, 1700–1782) hat folgendes Casino-Glücksspiel entwickelt, bekannt als das *Sankt Petersburger Paradoxon*: Eine faire Münze mit Wappen

und Zahl wird solange geworfen, bis Zahl fällt. Passiert dies schon beim ersten Mal, so gewinnt der Spieler 1 Franken. Bei zwei Würfeln, also zuerst Wappen dann Zahl erhält er das Doppelte, also 2 Franken. Bei drei Würfeln, Wappen, Wappen, Zahl, erhält er 4 Franken, usw. Bei  $k$  Wappen und dann Zahl erhält der Spieler  $2k$  Franken. Welche Eintrittsgebühr müsste das Casino verlangen, wieviel ist ein vernünftiger Teilnehmer bereit zu zahlen? Nach der üblichen Wahrscheinlichkeitsrechnung ist der Erwartungswert der Auszahlung, die vom hypothetischen Sankt Petersburger Casino im Grenzfall getätigt werden müsste unendlich hoch, also wird kein Casino das Spiel anbieten. Raj Spielmann argumentiert, dass kein Spieler mehr als 100 Franken einsetzen wird, da die Wahrscheinlichkeit, dass nach 7 Spielen noch keine Zahl gefallen ist, schon sehr klein ist. Also lohnt sich das Spiel für niemanden! Aber die Geschichte geht weiter. Führt man die Theorie des sinkenden sogar nach oben begrenzten Grenznutzens ein, so wird der Erwartungswert der Auszahlung endlich. Raj Spielmann schliesst das Beispiel ab mit einer Betrachtung über die wachsende Ungleichverteilung der Vermögen und Einkommen in der gegenwärtigen Welt ab und wünscht, dass die Grenznutzentheorie bekannter wird. Und weiter geht die Geschichte: Alle menschlichen Aktionen sind immer endlich, also kann man bei diesem Spiel von einer begrenzten Anzahl Würfe ausgehen und da ist der Erwartungswert der Auszahlungen auch endlich. Aber Berechnungen hängen nun von weiteren Annahmen ab!

Raj Spielmanns Buch ist ein Gewinn. Es eröffnet den Horizont zu ausgedehnten Anwendungen von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik in Natur und Gesellschaft. Wagen wir eine Prognose: Das 21. Jahrhundert wird die Entwicklung der Mathematik, verbunden mit der Verarbeitung bestehender Datenmengen unter Ausnutzung mächtiger Rechenkapazitäten in Wirtschafts- und Gesellschaftswissenschaften erleben. Neue Erkenntnisse werden entstehen. Dieses Buch gibt einen Hinweis zu diesen bevorstehenden Verbindungen!

Jean-François Emmenegger, Marly

**Hans Walser: Der Würfel, Ansichten, Dimensionen, Modelle.** 113 Seiten, EUR 14.50, Edition am Gutenbergplatz Leipzig EAGLE, 2018, EAGLE 102, ISBN 978-3-95922-102-3.

Der banale Würfel dient Hans Walser gleichsam als Kondensationskeim, um welchen sich andere Begriffe, Konzepte, Gedankengänge assoziativ anlagern. Dabei entsteht wie bei einem Kristall eine wunderbare Struktur mit vielen Facetten, die unerwartete Einsichten vermittelt und Gedanken aufblitzen lässt. Hier wird Elementarmathematik inszeniert, die Weite, Breite und Tiefe von Begriffen auslotet, mathematische Denk- und Werkzeuge einsetzt und unerwartete Beziehungen offenlegt. Leserin und Leser werden weit über das Lesen hinaus zum eigenen Denken und Tun aufgefordert und gründlich mit zugänglicher aber nicht-trivialer Mathematik benetzt.

Kurz zum Inhalt:

- *Die Einführung* tippt die Begriffe Dimension, Farbwürfel, Symmetrien des Würfels, Weltkarten auf einem Würfel, räumliches Schachbrett und die Konstruktion eines hohlen Würfels aus sechs kongruenten Holzplatten an.
- *Wege und Streifen* handelt von extremalen Verbindungen zwischen Punkten auf dem Würfel.
- *Darstellungen* führt ein in verschiedene Projektionsarten und schematische Darstellungen für Würfel.
- *Hyperwürfel* führt Würfel ein in Dimensionen über drei mit Fragen zur Kombinatorik und zur Darstellung und einer Anwendung in der Kodierungstheorie mit der Hammingdistanz auf dem Hyperwürfel.
- In *Würfel und Kugeln* kommen Inkugel, Umkugel und Kantenberührkugel zur Sprache, ebenso wie Kugelpackungen und der bekannte Spielwürfel, der ein Zwitter zwischen Würfel und Kugel ist.
- Nicht fehlen darf das Problem der *Würfelverdoppelung*, was einen Abstecher ins 3D-Origami motiviert.

Eines von Walsers Markenzeichen sind die sorgfältig konzipierten *Aufgaben*, welche oft als Lernaufgaben Gedanken aus dem Text aufnehmen, variieren, weiterspinnen. Zudem setzt Walser auf Materialisierung mit dem Bau von *Modellen*, die Einsichten und Erfahrungen vermitteln, fassbare Mathematik eben aus der Welt der Gegenstände als Kontrast zur bloss denkbaren Ideenwelt der Mathematik.

Ein Literaturverzeichnis und Hinweise auf Websites, Abbildungsverzeichnis und Verzeichnisse für Namen und Stichworte beschliessen den Text.

Hans Walser bezeugt ein weiteres Mal sein didaktisches Flair und seine Affinität zur Welt der Dinge und zur Welt der Gedanken in der Geometrie. So kann er vielen als Wegweiser für einen anregenden und aufbauenden Unterricht dienen, der auch jene erreicht, denen die idealen Denkmäler der Mathematik kaum zugänglich sind.

H.R. Schneebeli, Wettingen