

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 1 (1899)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: QUELQUES PRINCIPES GÉNÉRAUX SUR L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
Autor: Galdeano, Z. G. de
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1229>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Là devrait se borner, je crois, l'introduction dans l'enseignement des nouvelles méthodes arithmétiques, si toutefois on voulait les y introduire, ce qui assurément ne saurait être fait à la légère : il ne faut pas que les « étudiants désireux de pousser plus loin » reculent devant l'obstacle, et perdent leur foi scientifique, « ébranlée par des raisonnements trop raffinés sur l'incertitude des fondements de nos connaissances » (1).

R. DE MONTESSUS (Moulins).

QUELQUES PRINCIPES GÉNÉRAUX
 SUR
 L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Le XIX^e siècle est non seulement le siècle des grandes créations mathématiques, mais c'est aussi celui où l'esprit de synthèse s'est montré dans toutes les branches.

Avant le XIX^e siècle, on avait créé la science grâce à l'intuition du génie qui lui donnait des méthodes particulières, des guides pour un ordre spécial de questions, afin de résoudre certains problèmes sur lesquels sont fondées des branches entières de la Mathématique.

Mais quand notre siècle reçut l'héritage des grands mathématiciens, et que de nouvelles branches vinrent s'ajouter aux anciennes, le besoin de méthodes formelles se fit sentir, dans le but d'unifier les concepts dispersés çà et là.

L'intelligence humaine aurait été impuissante à saisir la science dans son ensemble et dans ses parties, sans la ressource supplémentaire de la méthode formelle ; il y a là une véritable branche spéciale, dont l'objet principal est la pédagogie appliquée aux mathématiques, la science de l'enseignement de cette riche branche des connaissances humaines.

D'autre part, le développement dogmatique de la science ne

(1) Cf. A. LAISANT, *loc. cit.*, p. 2.

suffisait pas ; il fallut suivre les indications de l'histoire pour réunir les vues des créateurs scientifiques dans une certaine harmonie ; certains noms étant aussi des schemas des branches qui leur sont dues. Cela a conduit les auteurs dans certains ouvrages à se livrer parfois à des considérations historiques. C'est ce que fit Carnot dans ses *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal* ; c'est ce qu'ont fait M. Klein dans sa *Einleitung in die höhere Geometrie* et sa *Nicht-Euclidische Geometrie*, M. Johann G. Hagen dans sa *Synopsis der höheren Mathematik*, et en ce moment même, c'est ce que font MM. Burkhardt et Franz Meyer dans leur *Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften*. Nous trouvons encore la même tendance dans les traités modernes destinés à l'enseignement, parce qu'il faut, dans l'enchaînement des découvertes récentes, exposer comment les diverses théories sont parvenues à leur état le plus parfait.

Cela doit conduire, croyons nous, à la création, dans les Facultés des sciences, de chaires destinées à fournir des connaissances critico-historiques sur la science mathématique.

D'un autre côté, on pourrait traiter l'art et la science de communiquer les connaissances aux élèves ; mais cela fait partie d'une exposition trop étendue pour trouver place ici ; il nous suffira de rappeler le précepte de Pestalozzi, recommandant la diminution des livres, afin de puiser nos connaissances dans la Nature ; dans le cas actuel, la Nature, c'est notre organisation intellectuelle.

Nous rappellerons aussi le précepte de Staudt, qui voulut faire une Géométrie sans figures, dans le but de faire suivre aux élèves l'enchaînement des raisonnements par leur dépendance logique, délivrée des représentations accidentelles.

L'illustre pédagogue suisse voulut tirer de l'observation des choses la connaissance de celles-ci, et constituer l'enseignement réel objectif ; le maître allemand voulut, de la réalité de nos conceptions sur les objets géométriques, déduire leurs rapports.

Ce besoin a été déjà compris par quelques professeurs dont les ouvrages élémentaires présentent une concision très favorable pour les élèves ; ceux-ci, au lieu de trouver tout démontré avec un échafaudage de mots souvent inutiles, peuvent mettre en jeu leur activité intellectuelle éveillée par un sujet très simple ;

la méthode socratique peut alors avoir une influence importante pour faire jaillir des idées sous l'effort individuel de l'élève, avec l'action directrice du professeur.

Le précepte de la méthode cartésienne : *ne recevoir jamais aucune chose pour vraie que je ne la connusse évidemment être telle*, doit être la règle principalement suivie dans l'enseignement de toutes les sciences, et notamment dans celui de la Mathématique.

Mais nous croyons aussi important d'adjoindre à cette maxime celle de d'Alembert : *Allez en avant, la foi vous viendra*. Cela veut dire que nous pouvons avancer au milieu d'une certaine obscurité pour chercher la lumière. L'intelligence dans la conquête de la science, se trouve continuellement dans un mélange de lumière et d'obscurité.

Nous connaissons les mémorables controverses de Leibniz et Bernoulli, d'Euler et d'Alembert sur les logarithmes des nombres négatifs; nous avons vu combien de tentatives il a fallu pour parvenir à une théorie complète des quantités imaginaires; de nombreux paradoxes ont arrêté souvent d'illustres savants; mais toujours la lumière a jailli du fond des ténèbres, et des vérités nouvelles sont sorties précisément là où l'obscurité paraissait ébranler les lois générales; ces vérités, le plus souvent l'intelligence les devinait avec un certain instinct.

Aux penseurs profonds qui ouvrent les sillons de l'intelligence, il faut joindre les esprits idéaux qui font avancer la science et qui nous élèvent de l'analyse à la synthèse, des objets à leurs systèmes.

La systématisation a été l'œuvre prédominante de ce siècle, et son esprit doit entrer librement dans l'enseignement. L'analyse ne voit jamais la fin de sa route dans sa marche ascendante; la synthèse, des hauteurs de la science, domine les ensembles; la première forme les individualités, la deuxième les réunit. Dans les ouvrages parus dans la première moitié du siècle domine la première; dans les ouvrages actuels, c'est la deuxième.

L'analyse est parvenue à séparer les branches mathématiques. La combinatoire s'est élevée comme un ensemble de connaissances qui dominant tout : le nombre, l'étendue, les mouvements, les forces, formant sur tout cela le calcul symbolique ou abs-

trait, le moule de toutes les réalités, et même de toutes les possibilités, dans le domaine de la pure raison, en évitant seulement de déroger au principe de contradiction, comme l'indique Hankel dans son principe de la permanence des lois du calcul. La Géométrie s'est délivrée du nombre, et la combinatoire, selon les vœux de Boole, ne regarde pas la nature des objets soumis à son action.

Cela procure au mathématicien des ressources pour l'organisation, de plus en plus parfaite, de la science dans son œuvre d'unification.

Sur la matière : nombre, étendue, force, mouvement, nous trouvons la forme donnée par les lois combinatoires ; à l'Algèbre ordinaire viennent s'ajouter les divers genres d'Algèbres caractérisées par le nombre de leurs unités et leurs rapports ; à l'espace ordinaire, les hyperespaces.

La projectivité, et par-dessus celle-ci les correspondances d'espèces supérieures, tiennent au rapport qui transforme des objets donnés en d'autres objets, et maintient l'enchaînement des êtres de même nature ou de nature différente. Dans ce cas nous trouvons les correspondances birationnelles, les complexes de Plücker, les connexes de Clebsch, les transformations de contact de M. Lie et la projectivité générale traitée par M. Georges Cantor dans sa théorie des ensembles, les théories de l'applicabilité, de la représentation conforme, la correspondance de l'Algèbre des formes avec la Géométrie, etc.

L'adjonction est un autre procédé de la synthèse. Si la projectivité rapporte des systèmes à d'autres systèmes et donne sa correspondance, l'adjonction enferme des systèmes inférieurs dans d'autres systèmes supérieurs. Son but est d'harmoniser le domaine subjectif avec le domaine objectif, d'établir une égalité ou relation d'équivalence entre le champ de l'objet mathématique et celui de nos concepts, qui sans cela manqueraient de correspondance objective.

Parmi ces adjonctions, celles qui ont produit une plus grande unification dans l'organisme de la Mathématique sont celles des éléments à l'infini et de l'imaginaire.

L'adjonction des sections, dans l'ensemble des nombres rationnels, d'après l'idée de Dedekind, forme un nouveau domaine sans lacunes et continu.

L'adjonction des points cycliques permit à Cayley d'établir, dans la Géométrie, la projectivité des relations métriques.

Tout ce que nous avons dit sur la partie formelle de la Mathématique a été réalisé dans les traités qui, écrits pour l'enseignement, deviennent de plus en plus synthétiques ; et nous profitons de l'occasion pour signaler une nouvelle tendance des maîtres, celle de faire descendre les théories supérieures dans le domaine élémentaire.

Cette évolution s'est réalisée toujours graduellement, avec une certaine lenteur. Les nouvelles découvertes ne traversent le seuil de l'enseignement qu'après avoir été épurées et rendues accessibles aux jeunes intelligences.

Les conquêtes d'Abel et Galois dans la théorie des équations furent reléguées, comme un premier essai dans la magistrale Algèbre supérieure de Serret, sans se fusionner avec l'Algèbre classique des Descartes, Newton, Rolle, Fourier, Lagrange et Sturm.

Quelques ouvrages, tels que ceux de MM. Petersen, Todhunter, Drach et Vogt, furent publiés dans ce but, jusqu'au moment où M. Weber donna sa remarquable synthèse de la nouvelle et de l'ancienne Algèbre, avec la Théorie des nombres dont la place dans l'organisation de l'Analyse restait très incertaine.

Nous nous formerons une idée claire des progrès faits dans l'enseignement où sont réfléchies les conquêtes modernes de la science, si nous comparons les limitations données aux diverses branches mathématiques par les auteurs de la première moitié du siècle, avec celles qui distinguent les ouvrages modernes.

Les appendices de la Géométrie de MM. Rouché et de Comberousse indiquent la tendance à étendre le domaine de l'enseignement élémentaire dans cette branche.

Le *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra* de M. Schroeder donne un spécimen de la descente des concepts combinatoires et des classes logiques dans la théorie du calcul élémentaire.

Cette prédominance de la combinatoire dans l'Arithmétique se remarque dans les *Grundlagen der Arithmetik* de M. H. Schubert qui commence la publication de *l'Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften* et aussi dans la *Teoria delle grandezze* de M. Bettazzi.

Les élégantes *Vorlesungen über Geometrie* de M. Clebsch expriment une jonction systématique des Géométries synthétique et analytique avec l'Algèbre des formes, et M. Salmon, qui le premier fusionna dans ses traités pour l'enseignement, la Géométrie avec l'Algèbre des formes, exposa aussi, dans ce but, l'adjonction des éléments à l'infini et des éléments imaginaires, d'après les idées de Plücker.

D'autres ouvrages destinés à l'enseignement dans une mesure plus restreinte, tels que ceux de MM. Picquet et de Longchamps, expriment cette tendance nouvelle de l'enseignement.

Les traités d'Analyse parus dans ces derniers temps suivent aussi ce courant. La distinction classique du calcul différentiel et intégral est effacée, ainsi que, dans la Géométrie, la division en Géométrie plane et de l'espace.

Les très élégants *Éléments d'Analyse mathématique* de M. Appell, ouvrage récemment paru, le magistral *Traité d'Analyse* de M. Picard, par un chemin raccourci, répondent à la même pensée ; M. Picard fait la fusion des théories analytiques et géométriques, arrivant aux théories supérieures de Riemann, Gauss et Lamé, aux courbures des surfaces, à leur applicabilité, leur représentation conforme, à l'*Analysis situs*, aux groupes de transformations.

M. C. Jordan aussi rend au domaine de l'enseignement les théories de Cauchy et de Riemann que M. Hoüel avait déjà exposées dans son cours à la Faculté des Sciences de Bordeaux ; c'est ce que fait encore M. Laurent. Comme ses devanciers, M. Jordan montre l'affinité entre les singularités des courbes et des fonctions analytiques ; il fait aussi entrer dans le domaine de l'enseignement les applications géométriques des ensembles de M. Georges Cantor, comme M. Borel les a fait entrer dans ses *Leçons sur la théorie des fonctions* ; nous ne pouvons non plus omettre les vues originales et de grande généralisation qui caractérisent les *Leçons nouvelles sur l'Analyse infinitésimale* de M. Méray, et l'ensemble très simple et élégant que présente, en ce qui concerne toutes les branches de l'Analyse ou Algorithmie, M. Pascal, dans son dernier ouvrage publié sous le titre d'*Analisi*.

Nous terminerons cette revue en citant l'ouvrage *Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de constructions géomé-*

triques de M. Petersen, et celui, plus récent, *Problèmes de géométrie élémentaire groupés d'après les méthodes à employer pour leur résolution*, du professeur au lycée de Rambov, M. I. Alexandroff.

Il faut, au lieu de vouloir pénétrer indéfiniment dans le fond des conséquences, dominer les principes qui les contiennent ; au lieu de s'épuiser dans des efforts conduisant à des questions isolées, on doit chercher des méthodes pour en résoudre un grand nombre. Les enchaînements nombreux des vérités ont rendu la science moderne plus facile que la science ancienne, malgré son étendue plus considérable. Les lacunes étaient comblées par la force du génie, rarement par l'efficacité de la méthode qui en a facilité l'acquisition. La déduction prend de plus en plus fréquemment la place de la divination.

De tout ce que nous avons dit, résultent quelques indications sur l'enseignement ; les divers degrés de celui-ci ne doivent pas être seulement la continuation des degrés antérieurs ; chacun doit former un système complet en rapport avec la force intellectuelle de l'élève.

La science s'agrandit comme les objets regardés à travers une lentille.

Dès le premier degré, l'élève éveille graduellement ses aptitudes et développe son intelligence. A l'intuition sensible succédera l'intuition rationnelle, à la prépondérance de la mémoire et de l'imagination, celle de la raison ; les procédés de l'enseignement doivent suivre cette progression.

Si de trois cas seulement possibles A, B, C découlent respectivement les trois cas distincts a , b , c , la relation univoque étant établie, la réciprocity sera démontrée. L'élève pourra ainsi arriver à la compréhension des idées de genres et d'espèces qui donnent l'enchaînement des démonstrations ; cet esprit est contraire à celui de la routine qui domine trop souvent encore et qui ne fournit aucune explication claire des conclusions.

Il faudra aussi éveiller l'aptitude combinatoire, si prédominante dans l'ensemble de la Mathématique et habituellement si négligée ; c'est l'effet de la préoccupation qui empêche d'arriver, tout de suite, à la déduction du binôme de Newton.

Nous rappellerons sur ce sujet quelques problèmes plaisants

et délectables de Bachet de Méziriac, très appropriés à cet objet, et l'orientation suivie par M. Georges Cantor dans sa théorie des ensembles, qui porte les vues combinatoires dans l'Arithmétique.

Les concepts de combinaison, de périodicité, de symétrie, doivent accompagner ceux d'égalité et d'inégalité, de contenance, de subordination et de supraordination.

L'Algèbre pourra affermir le développement de la faculté combinatoire et de celle de la raison, au moyen des méthodes qui, dans la Mathématique, se substituent au syllogisme de la logique; ce sera d'une part l'étude des algorithmes, et de l'autre la discussion des problèmes, la classification de ceux-ci, l'examen de leurs associations ou dissociations, les modifications qu'ils doivent éprouver afin que les résultats correspondent aux conditions de l'énoncé.

L'enseignement supérieur sera aussi un développement de l'enseignement secondaire, dans son ensemble, enrichi d'éléments nouveaux. Et, dans les cours successifs, l'élève sera soumis à cette amplification, et ses vues se développeront en conséquence sur l'Algèbre ordinaire, soumise à la combinatoire. On verra se développer le calcul symbolique et s'ébaucher, vers ses frontières, la théorie des fonctions, comme un prochain développement dans lequel on doit être entraîné.

La Géométrie trouvera, dans l'emploi de la relation anharmonique ou des formes harmoniques, une abréviation de l'emploi de la simple proportionnalité.

La Géométrie analytique cessera de se limiter à la seule étude des sections coniques, et devra renfermer dans son enceinte la diversité des méthodes qui ont leur origine dans l'algorithmie; elle signalera, dans ses limites, quelques traits de la Géométrie infinitésimale et donnera un premier aperçu des correspondances supérieures dans les relations projectives des figures.

Le Calcul infinitésimal sera la synthèse qui enveloppera toutes les branches inférieures, agrandies par la puissance de l'algorithme infinitésimal; son plus haut degré de généralité sera soumis à la théorie des groupes de substitutions, qui dans l'état actuel de la science, unifie tous les rapports de la quantité dans ses représentations algorithmique ou géométrique.

Les études critico-historiques devront rassembler, pour le professorat, toutes les connaissances mathématiques, d'après le développement chronologique accidentel et le développement nécessaire de la génération logique, qui régit l'organisme de la Mathématique.

Ayant exposé quelques-uns des traits principaux qui caractérisent les ouvrages mathématiques modernes, et exprimant le besoin de nouveaux procédés dans l'enseignement, nous terminerons en rappelant, une fois de plus, l'importance des idées fondamentales ; le besoin de la culture générale, si bien suivie dans les Facultés de philosophie des universités allemandes.

La philosophie, dont l'esprit a dominé toutes les connaissances humaines, doit dominer dans la Mathématique, mais dans une certaine mesure, qui a été signalée à diverses reprises par nos mathématiciens philosophes.

La critique mathématique, comme philosophie de cette science, doit se constituer avec le caractère d'une branche supérieure qui domine la technique par sa généralité et son degré supérieur d'abstraction ; ainsi que la technique mathématique doit dominer ses innombrables applications.

Le siècle prochain sera celui des grandes applications mathématiques. La branche créée par l'illustre Cauchy, la Physique mathématique, est prochainement destinée à se joindre à la Chimie, d'après les travaux de M. Duhem.

Aux travaux de MM. Cournot, Walras, L. Marie, sur la science financière, nous pouvons ajouter le nouvel ouvrage de M. Moritz Cantor : *Politische Arithmetik* ; et tout cela montre combien il est nécessaire d'accomplir le travail de synthèse mathématique d'après un critère philosophique ; le but est d'arriver à une plus facile acquisition des vérités, grâce aux progrès des méthodes d'enseignement, et de rendre, dès maintenant, plus aisées les applications aux besoins matériels de la vie.

Z. G. DE GALDEANO (Saragosse).
