

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 8 (1906)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: H. Poincaré. — Leçons de Mécanique Céleste professées à la Sorbonne. Tome I. — Théorie générale des perturbations planétaires. — 1 vol. in-8° de VI-368 p. ; prix: 12 fr. ; Gauthier-Villars, Paris.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ici aussi que la question capitale de la *stabilité* est envisagée. Il est très important en effet de savoir si après une perturbation brusquement apportée au régime d'une source, par exemple après une pluie soudaine, la source manifestera un dérèglement prolongé où reprendra au contraire presque immédiatement le régime normal. Il faut signaler ici la propagation des ondes dans les nappes souterraines qui donne lieu à une analyse très remarquable. Dans tous les cas où les nappes sont insérées entre un fond et une voûte de formes bien déterminées M. Maillat arrive à des résultats analytiques d'une élégance surprenante. Il considère surtout les cas où ces surfaces sont planes ou paraboliques et il peut alors terminer ses opérations qui présentent parfois de curieuses analogies avec d'autres problèmes de physique mathématique (Emploi de l'équation de Riccati, des fonctions de Bessel, etc...)

La prévision des bas débits des cours d'eau et des sources termine la partie théorique. Je ne puis ici donner idée de la partie pratique qui achève le volume; si ce n'est en disant qu'elle justifie la première et qu'elle témoigne encore une fois de l'esprit pratique et consciencieux de l'auteur. Son volume et les récents mémoires de M. Boussinesq font faire un grand pas à la science pure et à de nombreuses questions d'hydraulique et d'hydrographie.

A. BUHL (Montpellier.)

H. POINCARÉ. — **Leçons de Mécanique Céleste** professées à la Sorbonne. Tome I. — Théorie générale des perturbations planétaires. — 1 vol. in-8° de VI-368 p.; prix: 12 fr.; Gauthier-Villars, Paris.

M. Poincaré nous indique très nettement dans sa préface quel est le caractère des leçons qu'il publie aujourd'hui. Elles ne font double emploi ni avec les *Nouvelles Méthodes de la Mécanique Céleste*, ni avec le *Traité* de Tisserand. Ce sont les leçons faites à la Sorbonne par l'illustre professeur; elles partent des principes mêmes de la Mécanique analytique et étudient le problème des trois corps en restant beaucoup plus près des considérations astronomiques proprement dites que les *Nouvelles Méthodes* qui, elles, sont surtout caractérisées par une minutieuse discussion analytique de résultats dans lesquels l'astronome ne voyait guère que le caractère formel. En parcourant les présentes pages on éprouve encore une sensation très différente de celle éprouvée en parcourant Tisserand.

Les créateurs de la Mécanique Céleste, à commencer par Laplace, n'eurent pas à leur disposition de puissants et uniformes moyens d'investigation.

Que l'on compare par exemple la théorie de la Lune du savant précité et sa théorie des perturbations planétaires. On aura pendant très longtemps l'illusion que l'on étudie des choses totalement différentes. Le premier moyen véritablement général devait être fourni par les équations canoniques d'Hamilton et Jacobi qui permirent tout d'abord de dégager le caractère si simple en principe de la fameuse méthode de la variation des constantes arbitraires. Le grand mérite du *Traité* de Tisserand est de dévoiler cela tout de suite. Du présent ouvrage de M. Poincaré, dans un ordre d'idées analogue, on peut dire plus encore: il est le triomphe de la canonisation des équations. Elles apparaissent tout de suite au premier paragraphe, à la première page; les transformations qui n'altèrent pas la forme canonique sont étudiées immédiatement ensuite, les théorèmes généraux y relatifs tels ceux de Jacobi et de Poisson nous mettent à même de manier les instruments

à peu près uniques à l'aide desquels nous allons aborder le redoutable problème des trois corps.

M. Poincaré nous en montre rapidement les intégrales élémentaires connues, élimine le centre de gravité, les nœuds et montre aussi comment on est conduit à étudier tout d'abord le problème restreint, c'est-à-dire le cas où l'un des corps a une masse assez petite pour ne pas troubler sensiblement le mouvement képlérien des deux autres. La théorie de la Lune se rapproche de ce problème restreint car, fortement troublée elle-même, elle ne peut guère troubler le mouvement képlérien du Soleil autour du centre de gravité du système qu'elle forme avec la Terre. D'ailleurs on peut encore un peu simplifier les choses en supposant circulaires les orbites non troublées. Mais avant de développer complètement ce problème et d'aborder les vues si originales de l'auteur nous revoyons en quatre chapitres le mouvement elliptique non troublé puis les orbites osculatrices d'un mouvement troublé. C'est d'abord la méthode de Jacobi qui sert et elle introduit naturellement des constantes canoniques que l'on fait varier ensuite ; ici l'usage habile des *crochets de Jacobi* nous montre immédiatement les résultats qui dans l'ouvrage de Tisserand par exemple, n'apparaissent qu'après des calculs plus longs. Et c'est ici aussi que nous pouvons nous rendre compte de progrès très grands. Passer des éléments canoniques aux éléments elliptiques $a, e, \varphi, \pi, \mathcal{I}, \varepsilon$ c'est détruire malheureusement le caractère canonique des équations et c'est pourquoi M. Poincaré nous propose d'autres systèmes de variables n'ayant pas cet inconvénient. Il s'ensuit naturellement de grandes différences dans les développements terminaux des éléments, mais des calculs devant lesquels l'imagination recule tant ils semblent menacer de devenir inextricables restent ici élégants et faciles à suivre. Le regretté Callandreau n'a-t-il pas dit quelque part que M. Poincaré avait traité ces questions avec une facilité qui déconcerte absolument ?

Revenons au problème restreint. On sait qu'il admet une intégrale importante et célèbre dite *intégrale de Jacobi*. Cela se met tout de suite en évidence par un choix heureux d'éléments canoniques avec lesquels la fonction caractéristique du système d'équation ne contient pas le temps. Il s'ensuit qu'elle est constante et c'est le cas d'un problème de Dynamique admettant l'intégrale des forces vives. Il y a quelque chose d'absolument analogue dans la théorie des perturbations séculaires que M. Poincaré traite ensuite. La question de la stabilité apparaît encore sous un jour excessivement simple, les éléments figurant dans des formes quadratiques à termes tous positifs et qui doivent rester constantes. Dans ces conditions la variation des éléments en question est évidemment limitée.

Au fond la question la plus importante de toutes est de faire disparaître des développements terminaux les termes séculaires, c'est-à-dire ces termes qui menacent de croître indéfiniment avec le temps. Dès qu'ils s'aperçurent de leur existence, les créateurs de la Mécanique Céleste eurent bien l'intuition que ces termes n'avaient pas d'existence objective dans le système planétaire et que c'était la méthode de calcul qui les introduisait ; ce ne fut cependant pas une chose aisée que de se débarrasser de cet encombrant apanage.

Un immense mérite revient à Delaunay car cet illustre et patient esprit, dans sa théorie de la Lune, donne une méthode précise pour empêcher le temps de sortir des fonctions sinus et cosinus, mais il fallait la persévérance qui lui fut spéciale pour ne pas reculer devant la solution effroyable-

ment longue qu'il imaginait. M. Poincaré, continuateur de Delaunay, a perfectionné ces méthodes. A coup sûr on peut se demander si la nouvelle analyse n'entraînerait pas aussi de grandes longueurs lors de ses applications numériques mais nous voyons maintenant les choses d'assez haut et d'une façon assez simple pour nous rendre compte du fait que là où la longueur subsiste il est dans la nature des choses qu'il en soit ainsi.

Dans les derniers chapitres du livre, nous revenons sur le cas général du problème des trois corps et le souci qui domine est précisément de démontrer que là encore on peut débarrasser les développements des termes séculaires tout comme dans les cas plus simples étudiés précédemment. Delaunay dont je parlais plus haut a été invoqué par M. Poincaré pour terminer ce bel ouvrage où les astronomes pourront se familiariser avec beaucoup de méthodes encore imparfaitement connues par beaucoup d'entre eux et où les analystes pourront trouver de féconds sujets de méditation tout en s'apercevant que beaucoup de concepts de pure analyse pourront être appliqués par eux aux besoins de la Mécanique Céleste.

A. BUHL (Montpellier).

G. SCHEFFERS. — **Lehrbuch der Mathematik** für Studierende der Naturwissenschaften und der Technik mit 344 Figuren — 1 vol. gr. in-8°, 682 p.; prix : 16 mk. ; Veit & Co, Leipzig.

En raison de l'importance croissante que prennent les mathématiques dans les sciences les plus diverses, on demande de plus en plus aux établissements supérieurs de mieux adapter leur enseignement mathématique aux exigences actuelles des autres branches scientifiques. Plusieurs universités ont compris qu'à côté des cours et des conférences destinés aux étudiants en mathématiques, il y avait lieu d'organiser un enseignement s'adressant plus particulièrement à ceux qui ne cherchent dans mathématiques qu'un simple instrument auxiliaire. C'est à ce public, de plus en plus nombreux, qu'est destiné le bel Ouvrage de M. Scheffers.

D'une forme très élémentaire au début, n'exigeant que des connaissances tout à fait rudimentaires, ce traité conduit l'étudiant à des applications d'un caractère très élevé. La marche, bien ordonnée, est très lente, surtout dans la première moitié de l'ouvrage; elle est originale par le groupement des matières et par les applications bien choisies et fort intéressantes.

L'auteur part de la mesure des grandeurs, des notions de fonctions et de coordonnées et donne des exemples très variés de la représentation graphique. La notion de dérivée et la différentiation d'expressions algébriques fait l'objet d'une étude très approfondie avec des nombreux problèmes pratiques. Viennent ensuite les fonctions logarithmiques, exponentielles et circulaires. Les dérivées d'ordre supérieur sont suivies de leurs applications géométriques et cinématiques (courbure, mouvement rectiligne, mouvement curviligne.) Dans le chapitre consacré à l'étude des fonctions on trouve les formules d'interpolation, puis une très belle étude du théorème de Taylor et de ses applications. L'étude de la série de Fourier, placée à la suite des méthodes d'intégration, sera bien accueillie des physiciens. Du reste, qu'il s'agisse de ces derniers, ou d'une manière générale des étudiants des diverses branches scientifiques, tous trouveront dans cet Ouvrage de nombreuses applications bien approfondies, qui les initiera à l'emploi du Calcul différentiel et intégral dans les sciences appliquées.

Il suffira, pour faire ressortir le caractère de ce volume, de signaler les