

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 8 (1906)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: BIBLIOGRAPHIE

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Calcul différentiel et intégral (2 leçons). — HADAMARD : Mécanique (1 leçon). — BLUTEL : Mathématiques générales (1 leçon). — SERVANT : Mécanique physique (1 leçon).

Würzburg ; Universität. — PRYM : Integralrechn., 6. Im Proseminar : a) Uebgn. z. höh. Analysis f. Fortgeschrittene (gemeinsam mit dem Assistenten), 2 ; b) Uebgn. z. Integralrechn., 2. — Im Seminar : Ausgew. Kapitel d. Funktionth., 2. — SELLING : Analyt. Mechanik, 4 ; Sphärische Astron., 2. — CANTOR : Kinetische Theorie und Bewegung der Gase, 4. — ROST : Analyt. und synth. Geometrie d. Kegelschnitte, 4 ; Anw. d. Infinitesimalanalysis auf die Th. d. ebenen Kurven, 4 ; Th. d. Raumkurven und d. Flächen, 4 ; Nicht-euklidische Geometrie, 2 ; Im Proseminar (gemeinsam mit dem Assistenten) : a) Uebgn. aus der sphär. Trigonometrie, 2 ; b) Algebr. Analysis, 2 ; Im Seminar : Anw. der ellipt. Funktionen auf Geometrie und Mechanik, 2.

Zürich ; Ecole polytechnique. Section normale des sciences mathématiques. — HIRSCH : Integralrechn., 4 ; Repet., 1 ; Uebgn., 2 ; part. Differentialgleichgn., 4. — FRANEL : Calcul intégral, 4 ; Repet., 1 ; Exerc., 2. — HERZOG : Mechanik I, 6 ; Repet., Uebgn., 2. — W. FIEDLER : Darst. Geom., 2 ; Repet., 1 ; Uebgn., 4 ; Elem. d. projektiven Koordinatengeometrie, 2. — LACOMBE : Géométrie descriptive, 2 ; Repet., 1 ; Exerc., 2 ; Géométrie réglée, 1. — GEISER : Ausgew. Partien d. analyt. Geometrie, 2 ; Ebene Kurven, 2. — HURWITZ : Funktionenth., 5 ; Uebgn., 1. — GEISER u. HURWITZ : Math. Seminar, 2. — REBSTEIN : Versicherungsmathematik, 2. — RUDIO : Geschichte d. Geometrie vor Euklid, 1. — ROSENMUND : Vermessungskunde, 4 ; Uebgn., 3. — WOLFER : Geogr. Ortsbestimmung, 3 ; Uebgn. im astron. Beobachten, 3 ; Einl. in die Astrophysik.

BEYEL : Kegelschnitte, 2 ; Axonometrie u. Perspektive, 2. — DUMAS : Algèbre, 3. — J. KELLER : Repet. der Integralr. m. Uebgn., 2. — KRAFT : Geometr. Kalkül, 2.

Zürich ; Universität. — BURKHARDT : Algebr. Analysis, 4 ; Mathem. Theorie dissipativer Erscheinungen, 4 ; Seminar, 2. — WEILER : Anal. Geometrie II, 4 ; Darst. Geometrie II, 4 ; Synthet. Geometrie, 2. — GUBLER : Die Hauptsätze der Differential und Integralrechnung, 2 ; Polit. Aritmetik, 2 ; Inhalt und Methode des geometr. Unterrichts in der Mittelschule, 1. — WOLFER : Geograph. Ortsbestimmung, 3 ; Uebungen im astron. Beobachten ; Einleitung in die Astrophysik, 2.

BIBLIOGRAPHIE

Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften.

XVIII^e cahier avec 34 figures dans le texte. — 1 vol. gr. 8^o, 196 p. ; prix : 6 marcs. B.-G. Teubner, Leipzig, 1905.

Ce fascicule comprend trois travaux : 1^o Aristote et les mathématiques, par J.-L. HEIBERG ; 2^o Etudes sur l'histoire des mathématiques, en particulier de l'enseignement mathématique à l'université de Göttingue au XVIII^e

siècle, par C.-H. MÜLLER ; 3° Le principe des vitesses virtuelles, ses démonstrations et l'impossibilité de baser sa réciproque sur la notion d' « équilibre d'un système de masses », par R. LINDT.

Le *premier mémoire* nous fait connaître, parmi les œuvres d'Aristote, les parties qui traitent de questions mathématiques. On ne saurait méconnaître son importance pour la genèse des éléments d'Euclide, car, à côté de définitions et démonstrations équivalentes à celles de celui-ci, on en trouve fréquemment chez Aristote qui sont essentiellement différentes.

Le *deuxième travail* (primitivement thèse de doctorat) débute par une introduction « sur le caractère et le domaine de la recherche historique en mathématique », dans laquelle l'auteur défend l'idée que les mathématiques appliquées et les méthodes d'enseignement méritent une place plus importante dans les travaux historiques futurs. Puis il met immédiatement ses idées en pratique en donnant comme exemple un exposé de l'enseignement mathématique à l'université de Göttingen au dix-huitième siècle ; c'est une très bonne image non seulement de celui-ci mais de ses rapports avec les idées philosophiques, religieuses et humanistes de ce temps. Nous y faisons, entre autres, une connaissance plus intime avec la personnalité intéressante à plus d'un point de vue de A.-G. Kästner.

Le dernier mémoire est une étude sur les diverses preuves du principe des vitesses virtuelles ; il en ressort que les tentatives antérieures d'en établir rigoureusement la réciproque ont échoué grâce à la notion équivoque et peu claire d' « équilibre d'un système de masses » ; on voit ensuite comment on peut éliminer cette notion en la remplaçant par celle d' « équilibre d'un système de forces appliquées à un système matériel ».

H. SUTER (Zurich).

P. APPELL et J. CHAPPUIS. — **Leçons de Mécanique élémentaire**, conformément aux programmes du 31 mai 1902. *I^{re} partie*, à l'usage des Classes de Première C D, in-16°, 177 p., prix : 2 fr. 75 ; *II^{me} partie*, à l'usage des Classes de Mathématiques A B, in-16°, 306 p., prix : 4 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, 1905.

P. APPELL. — **Cours de Mécanique** à l'usage des élèves de la Classe de Mathématiques spéciales. 2^{me} édition, entièrement refondue. — 1 vol. in-8° de 495 p., avec 186 figures ; prix : 12 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, 1905.

En France l'enseignement de la Mécanique commence, dans les classes de Première C D, par des généralités sur les vecteurs et les premières notions de Cinématique. L'année suivante, dans la classe de Mathématiques, les élèves étudient les éléments de Cinématique, de Statique et de Dynamique. Enfin, dans la classe de Mathématiques spéciales, ils font une étude plus approfondie de ces éléments.

C'est à ces divers degrés que sont destinés ces deux manuels. Ecrites par un mathématicien avec la collaboration d'un physicien les *Leçons* répondent bien à ce que l'on est en droit d'exiger : dans l'enseignement secondaire supérieur. Les auteurs ont compris que dans un premier enseignement les éléments de Mécanique ne doivent pas être présentés sous une forme purement abstraite, mais qu'ils doivent rester en contact avec l'expérience et l'observation.

La première partie des *Leçons* débute par un chapitre consacré aux notions géométriques relatives aux vecteurs, aux projections et aux mo-

ments. Le reste de l'Ouvrage traite des premières notions de Cinématique : mouvement, temps ; cinématique du point ; mouvements élémentaires d'un système invariable ou corps solide.

Dans la seconde partie on trouve d'abord les applications de la cinématique aux engrenages et aux systèmes articulés. Puis viennent, accompagnées de nombreux exercices, l'étude des forces appliquées à un point matériel (ch. II), la statique des corps solides libres (ch. III), l'équilibre des corps solides non libres ; les machines simples (ch. IV) et enfin les premières notions de Dynamique (ch. V).

Ces *Leçons de Mécanique élémentaire* fournissent à l'élève un ensemble de premières notions qui lui seront souvent d'une grande utilité, même s'il arrête là ses études. Elles l'initient, entre autres, aux notions de travail et de force vive et à leur application à l'étude des machines simples.

Le *Cours de Mécanique*, destiné aux élèves de la classe de Mathématiques spéciales, constitue un second cycle dont les points de départ et d'arrivée sont les mêmes que dans les *Leçons*. Mais il s'adresse à des élèves qui sont déjà familiarisés avec les notions de dérivées, d'intégrales et d'équations différentielles. A la suite des modifications et des développements apportés au programme¹ de Mécanique, l'auteur a été amené à remanier et à compléter la première édition. On sait que dans ce nouveau programme on tient compte, plus que par le passé, des notions qui jouent un rôle fondamental dans les applications industrielles. Il est recommandé, en outre, de faire résoudre des exemples numériques et des problèmes familiers d'équilibre et de mouvement. « On devra éviter l'abus de l'appareil analytique, des axes de coordonnées, et exercer les élèves à raisonner directement sur chaque question ». L'auteur a tenu compte de toutes ces conditions, et cela lui était d'autant plus facile qu'il est précisément l'un des principaux inspireurs du nouveau programme.

Il n'est guère besoin d'ajouter qu'on ne peut que louer la précision et la clarté de ces manuels.

H. FEHR.

E. BOREL. — **Géométrie**, premier et second cycles (Cours de Mathématiques rédigés conformément aux nouveaux programmes). — 1 vol. in-18°, 383 p. ; prix : 3 fr. ; A. Colin, Paris.

Ce volume fait partie du Cours de Mathématiques rédigé conformément aux nouveaux programmes du 27 juillet 1905, cours dont M. Borel a entrepris la publication.

Le présent ouvrage fait naître des réflexions nombreuses se traduisant en bloc par un sentiment de soulagement accompagné d'une nuance de regret personnel, le tout pouvant se traduire par cette exclamation : « Si l'on avait toujours appris la géométrie comme cela ! ».

Voilà longtemps que le danger des abstractions euclidiennes est montré (faut-il rappeler le nom de M. Méray), on sait maintenant que, puisque malgré tout, les vérités géométriques sont d'ordre expérimental, il n'y a pas d'avantage à dissimuler cette origine et cependant la force des traditions est telle que bien des professeurs hésitaient à sortir de l'ornière classique par crainte de critiques aussi pédantes qu'imméritées. Espérons que l'autorité de savants comme M. Borel contribuera beaucoup à la diffusion des méthodes intuitives.

¹ Programme du 27 juillet 1904 ; reproduit dans cette Revue dans les nos de nov. 1904 et de janvier 1905.

Le livre commence par une introduction nous présentant la géométrie de l'école primaire, on pourrait presque dire la géométrie de l'enfant quelque jeune qu'il soit. Elle est limitée au maniement de la règle, de l'équerre, du compas, aux polygones les plus simples avec lesquels on fait simplement connaissance. Des formules sont de suite données pour l'évaluation des aires et des volumes usuels; il y est parlé de la conservation de la *forme* des figures changeant de dimension. C'est une introduction pratique, sans démonstrations autres que celles qui proviennent de remarques évidentes.

Dans la première partie les notions fondamentales si délicates sont abordées de la façon la plus heureuse. La droite est définie à l'image d'un fil tendu. La théorie des parallèles est fondée sur l'idée de translation d'un plan glissant sur lui-même. Tout ce qui concerne les angles est déduit de l'idée de rotation d'un plan glissant sur lui-même, tel la face latérale d'une meule, car M. Borel n'a pas craint ces images tangibles. Les polygones réguliers donnent lieu de même à des remarques intéressantes sur les assemblages de tels polygones constitués par des carrelages ou des vitraux.

Dans la seconde partie la géométrie dans l'espace est abordée dans le même esprit. La translation du tiroir d'une table sur le fond duquel on a tracé une droite quelconque ou dans lequel on a placé un livre dans une position quelconque, nous montre tout ce qu'il y a d'essentiel dans la théorie des plans et des droites parallèles. Le plan en rotation, non plus comme la face de la meule invoquée plus haut, mais comme une porte tournant autour de l'axe de ses charnières, nous conduit aux plans perpendiculaires. Les corps ronds sont présentés comme susceptibles d'être fabriqués *au tour*.

La si importante notion de symétrie est étudiée avec détail, la cristallographie étant finalement mise à contribution pour illustrer matériellement diverses formes symétriques se rencontrant dans les polyèdres.

La troisième partie commence par la théorie de la similitude, présentée, comme nous l'avons déjà vu dans l'introduction, en temps qu'idée intuitive toute naturelle. Deux figures semblables ont la même forme, non les mêmes dimensions et M. Borel remarque très justement qu'admettre l'existence de telles figures revient à admettre le postulat d'Euclide. N'y aurait-il pas par suite avantage, au moins au point de vue de la simplicité, à postuler l'idée de similitude? Après les lignes proportionnelles nous tombons immédiatement dans la trigonométrie considérée comme un simple chapitre de géométrie. Cela tient en quelques pages et combien cela remplace avantageusement le traité de trigonométrie que le commençant feuilletait avec une respectueuse terreur dès qu'il y voyait seulement le nom des fonctions trigonométriques, symboles hiéroglyphiques qui, à son idée, devaient représenter quelque chose de bien au-dessus des plus hautes difficultés de l'Algèbre et de la Géométrie.

Remarquons encore dans cette partie — je ne puis évidemment tout citer — ce qui a trait aux polygones réguliers. Il y a, là aussi, un heureux mélange de trigonométrie et de géométrie et des calculs aisés nous donnent des résultats qu'on ne trouve parfois sur les figures qu'avec beaucoup trop d'ingéniosité. Même chose pour les volumes. Le tronc de pyramide n'est pas décomposé en trois pyramides, son volume résulte des trois égalités

$$h = h_1 - h_2, \quad S_2 h_1^2 = S_1 h_2^2, \quad 3V = S_1 h_1 - S_2 h_2$$

entre lesquelles on élimine h_1 et h_2 .

Des compléments sont consacrés à l'ellipse, à la parabole, à la cissoïde. Des notions d'arpentage terminent l'Ouvrage. Souhaitons que ce dernier ait tout le succès qu'il mérite.

A. BUHL (Montpellier).

A. GRÉVY. — **Géométrie théorique et pratique.** Deuxième édition. — 1 vol. cart. in-16°, 472 p.; prix: 3 fr. 50; Vuibert & Nony, Paris.

Voici un volume qui se rapproche du précédent par beaucoup de points. L'inspiration notamment en est tout aussi heureuse. Il y a cependant entre les deux ouvrages une différence essentielle de destination.

Celui de M. Borel est rédigé, comme nous l'avons dit, conformément à un programme bien déterminé, celui de M. Grévy, au contraire, dès la première ligne de la préface nous avertit qu'il ne correspond à aucun programme. C'est comme une revue des idées géométriques nouvelles, tout au moins au point de vue pédagogique, revue dans laquelle on trouvera matière à l'enseignement habituel, et de plus à une foule de réflexions, de remarques curieuses et intéressantes dont on a généralement le tort de se priver comptant que, malgré leur simplicité, leur révélation appartient à des branches plus élevées de la Science.

Pour ce qui est des principes du début c'est bien entendu la méthode intuitive qui sert, l'auteur indiquant lui-même qu'il a suivi les vues de M. Méray. Là aussi la droite est définie par le fil tendu, le cercle par le compas. Les deux plans glissant l'un sur l'autre qui interviennent dans la théorie des parallèles ont leur introduction pratiquement justifiée par le rappel du procédé employé par les menuisiers pour tracer les parallèles, par l'usage de l'outil nommé *trusquin*.

Le théorème si simple relatif à la somme des angles d'un triangle nous fournit *immédiatement* une application inattendue pour beaucoup à savoir la trisection de l'angle au moyen d'un instrument à glissières. Cela résulte immédiatement du fait de mener par un point A extérieur à un cercle de centre O deux transversales AOA' et ABC de telle sorte que AB soit égal au rayon BO. Alors l'angle en A est le tiers de COA'.

Combien d'élèves ont appris plus tard — car ceci cesse d'être tout à fait élémentaire — l'impossibilité de la trisection de l'angle par la règle et le compas et ont ignoré les propriétés les plus simples des systèmes articulés. A propos des polygones M. Grévy nous montre des losanges articulés, des mortaises trapézoïdales et aussi des carrelages.

La seconde partie du volume est consacrée aux aires planes. Remarquons par exemple que l'aire du polygone régulier conserve la même expression si le polygone, cessant d'être régulier, est simplement circonscriptible.

A propos des polygones équivalents on démontre le théorème de Pythagore de la façon qui est en effet la plus naturelle puisqu'elle montre effectivement le carré construit sur l'hypoténuse du triangle rectangle comme décomposable en parties s'appliquant exactement sur les carrés construits sur les côtés de l'angle droit.

Au début de la troisième partie qui traite des lignes proportionnelles nous retrouvons des considérations analogues qui éclaireraient vivement la notion du rapport incommensurable de deux longueurs. Nous voyons ainsi que le carré construit sur la diagonale d'un premier carré a une aire double, ce qui explique bien le sens arithmétique du rapport $\sqrt{2}$.

Mentionnons aussi ici l'introduction très simple des lignes trigonométriques et cela à propos de l'étude des projections. Viennent ensuite

l'homothétie et les divers procédés de transformation des figures. L'instrument de la transformation homothétique est le pantographe, celui de l'inversion est l'inverseur Peaucellier et enfin voici d'autres courbes toujours très simples à construire mécaniquement : la conchoïde de Nicomède, la strophoïde, le limaçon de Pascal, la cissoïde et les coniques.

Le reste du volume est consacré à la géométrie dans l'espace et ici M. Grévy donne presque tout au début les notions fondamentales de la géométrie cotée. On a ainsi un procédé rigoureux pour se représenter les figures de l'espace, ce qui n'empêche pas, bien entendu, de les voir en perspective ordinaire et, comme précisément la géométrie cotée intervient pour des représentations qui ne sont jamais bien compliquées, on s'initiera à ses procédés sans aucune peine.

A propos de l'évaluation des volumes M. Grévy juge probablement superflu de s'encombrer de formules compliquées. Il nous montre par exemple comment on évalue le volume d'un tronc de pyramide mais en raisonnant directement sur les données et en cherchant séparément et de façon parfaitement explicite les hauteurs des pyramides dont la différence des volumes est le volume cherché. Signalons aussi l'étude des ombres faite partout après celle des solides considérés.

Une troisième partie est consacrée au dessin géométrique, au levé des plans, au nivellement, voire même aux cartes géographiques. Le volume se termine par une délicieuse petite note sur quelques relations arithmétiques. On y évalue *de visu*, en assemblant des petits carrés, la somme des n premiers nombres entiers, la somme des petits carrés, la somme des n premiers nombres impairs. Espérons que cette ingéniosité fera beaucoup d'esprits ingénieux.

A. BUHL (Montpellier).

J. CLASSEN. — **Zwölf Vorlesungen über die Natur des Lichtes.** Mit 61 Figuren. 1 vol. in-12, 249 p.; prix : 4 Mk. G.-J. Göschen, Leipzig.

Les brillants phénomènes et les hypothèses sur la nature de la lumière ont été toujours l'objet de leçons, de conférences des plus illustres physiciens. Parmi les plus célèbres citons celles de Tyndall, traduites en français par Moigno (*La lumière*, 1875), de Stokes, traduites en allemand (*Das Licht; zwölf Vorles.* 1883-1885), de lord Kelvin.

Les leçons professées à Hambourg dans l'hiver 1904-1905, par M. Classen, ont un autre but, car elles ne se proposent pas seulement d'exposer la théorie de la lumière, mais, surtout, les relations des phénomènes optiques et électriques; elles ont donc pour objet ce que l'on nomme aujourd'hui la théorie électromagnétique de la lumière. Les connaissances très bornées en physique et en mathématique des auditeurs, rendaient bien difficile la tâche de M. Classen; mais il a su très brillamment vaincre toutes les difficultés.

Cependant la tentative de M. Classen n'est pas nouvelle. M. Garbasso, dans un remarquable cours à l'Université de Turin en 1895 (*Quindici lezioni su la luce considerata come fenomeno elettromagnetico*, Milano 1897) s'est proposé le même but que M. Classen. Mais tandis que dans la brillante exposition de M. Garbasso les phénomènes et les expériences de l'optique sont développés en même temps que celles de l'optique des oscillations électriques (suivant l'expression de M. Righi), M. Classen suit une méthode toute différente; car il commence par exposer, dans les six premières leçons, les expériences bien connues sur la réflexion, la réfraction simple et double, les interférences, la diffraction, la polarisation et les éléments fondamentaux de

la théorie élastique de la lumière. D'ailleurs, l'auteur n'insiste pas sur les explications théoriques ; il lui suffit seulement de fixer les principaux caractères d'oscillation, de périodicité, régularité des phénomènes étudiés, il dit quelques mots sur le principe de Huygens et montre quelques-unes des difficultés de la théorie des ondulations et de l'éther.

Dans la septième leçon, il prouve comment l'électricité est capable d'un mouvement oscillatoire ; ici, il a, sans doute supposé chez ses auditeurs des connaissances un peu étendues sur l'électricité. Dès lors M. Classen, dans les leçons suivantes montre que les nouvelles oscillations possèdent les mêmes propriétés que les oscillations lumineuses.

A la fin de son cours, M. Classen pose une question : Pouvons-nous affirmer la possibilité des oscillations électriques de la petitesse des oscillations lumineuses, ou bien cette condition de petitesse ne soulève-t-elle pas des difficultés analogues à celles que l'on a rencontrées dans la théorie élastique ?

La réponse est assez claire. Ce serait contraire à l'esprit scientifique de dire que la Physique, avec ses nouvelles découvertes, a prouvé que les rayons lumineux sont produits par des oscillations électriques ; on peut dire seulement que l'hypothèse, d'après laquelle la lumière et les oscillations électriques sont de la même nature, fournit à la science actuelle une base nouvelle pour la solution de ses plus importants problèmes, de même que, pendant un demi-siècle, elle a utilisé la théorie élastique de la lumière.

R. MARCOLONGO (Messine).

M. DOLL et P. NESTLE. — **Lehrbuch der praktischen Geometrie**. Mit 145 fig. ; 2^{te} erweiterte u. umgearbeitete Auflage. — 1 vol. in-8^o, 164 p. ; prix : 3 Mk. B. G. Teubner, Leipzig.

Dans ce volume se trouvent réunies les notions essentielles de Géodésie élémentaire indispensables aux architectes et aux géomètres et à leurs aides dans les divers travaux sur le terrain. Il comprend donc l'arpentage, le levé de plans, la mesure des surfaces, le nivellement, la détermination des profils et le piquetage d'arcs de cercle.

L'auteur présente avec soin et beaucoup de détails la description et la vérification des instruments de nivellement. Par contre nous avons relevé un certain nombre de fautes d'impression et d'incorrections : p. 16 (ligne 14 depuis le bas) on lit « vertical » au lieu de « normal » ; p. 29 (ligne 13 depuis le bas) $x = 1 : 100000$ au lieu de $x = 100000$; p. 31, $J = 743,82$ au lieu de $734,82$; p. 32 (ligne 6) on trouve 3 fois $\perp\perp$ au lieu de \parallel ; p. 36 (ligne 6 depuis le bas) il manque le facteur r dans $2R\pi(n_1 - n_2)$; p. 52 l'auteur écrit « Kromglas » au lieu de « Crownglas » ; p. 113 (ligne 13 depuis le bas),

$1 : 50000$ au lieu de $1 : 5000$; p. 122 (ligne 3) on lit : $\sin \gamma = \frac{\sqrt{1 - \cos 2 \gamma}}{2}$

au lieu de $\sqrt{\frac{1 - \cos 2 \gamma}{2}}$; p. 123 (ligne 15) le premier B doit être remplacé par E ; p. 125 (ligne 1 depuis le bas) il faut supprimer x dans $xr \sin \gamma$.

Ce manuel rendra de bons services dans les écoles élémentaires d'Architecture.

ERN. KALLER (Vienne).

G. LEJEUNE-DIRICHLET. — **Vorlesungen über die Lehre von den einfachen und mehrfachen bestimmten Integralen**, herausgegeben von G. ARENDT. — 1 vol. br. gr. in-8^o, XXXIII — 476 p. ; prix : 12 Mk. ; Vieweg & Sohn, Braunschweig.

L'éloge de Dirichlet n'est plus à faire et le public mathématique de tout pays accueillera certainement avec faveur les leçons que M. Arendt — un ancien élève de l'illustre maître — reproduit aujourd'hui dans leur forme originale et authentique.

Est-ce à dire qu'il faille considérer ce volume comme un livre à la hauteur des exigences modernes. En aucune façon, l'année même, 1854, où Dirichlet professait à Berlin le cours dont il s'agit ici, Riemann dans un célèbre mémoire étendait à des fonctions discontinues dans tout intervalle la notion d'intégrale et sa définition, actuellement dépassée, n'est plus qu'un cas particulier de celle que M. Lebesgue a donnée dans sa remarquable thèse en 1902.

Dirichlet ne s'occupe, pour ainsi dire, que d'intégrales au sens de Cauchy, mais ses méthodes sont si parfaites, ses points de vue si personnels que tout en attirant l'attention sur les points les plus délicats il instruit toujours sans jamais lasser le lecteur. S'il est loin d'ailleurs de toucher à toutes les questions, il ne quitte jamais un sujet sans l'avoir en quelque sorte épuisé.

L'ouvrage se divise en deux parties, de longueurs très inégales, la première consacrée aux intégrales proprement dites comprend les quatre cinquièmes du volume. Dans celle-ci après avoir donné la définition de l'intégrale des fonctions continues entre des limites finies et montré comment se généralise cette notion, Dirichlet fait une étude des intégrales eulériennes et autres actuellement classiques. Il passe ensuite aux intégrales doubles, mais s'en tient pour l'aire des surfaces gauches à la définition justement critiquée par MM. Schwarz et Peano, ce qui n'enlève rien à l'intérêt du chapitre relatif à l'aire d'une surface ellipsoïdale quelconque.

Dans le but de bien éclaircir la théorie des intégrales triples Dirichlet traite enfin d'une manière très complète le problème de l'attraction exercée par la masse d'un ellipsoïde sur un point matériel quelconque. Les résultats essentiels obtenus jusqu'à lui sont, tout d'abord, exposés avec le plus grand soin, puis sa solution personnelle, des plus élégantes, grâce à l'introduction de son facteur de discontinuité.

Ce facteur joue encore un rôle dans le chapitre qui termine cette première partie. Dirichlet l'utilise pour le calcul de certains volumes, de certains moments d'inertie, comme aussi pour la réduction d'une certaine intégrale multiple à des fonctions gamma.

La seconde partie de l'ouvrage comporte des applications touchant de près à la théorie des fonctions. On y rencontre entre autres, une étude sur les valeurs asymptotiques des factoriels infinis, une étude sur la série hypergéométrique.

Les lignes qui précèdent ne donnent qu'un aperçu trop sommaire de la richesse des leçons que nous venons d'analyser ; celles-ci valent la peine d'être lues avec soin et grande attention. Ceux qui apprennent se féliciteront de les avoir approfondies, ceux qui savent d'y avoir rencontré nombreux sujets de réflexions.

G. DUMAS (Zurich).

E.-T. WHITTAKER. — **A Treatise on the Analytical Dynamics of Particles and Rigid Bodies** ; with an Introduction to the Problem of three Bodies. 1 vol. relié, in-8°, XIII, 414 p, University Press, Cambridge ; Clay & Sons, Londres, 1904.

Dans la Préface à son excellente *Dynamique analytique* (1878), Mathieu a écrit : « Quand la seconde édition de la Mécanique analytique de Lagrange

« parut au commencement de ce siècle, elle était une œuvre accomplie ;
« mais Poisson, Hamilton, Jacobi et d'autres géomètres ont apporté depuis,
« sur cette matière, des travaux importants. »

Plus de vingt-cinq ans se sont écoulés et la publication de Mathieu a rapidement vieilli. Si les problèmes posés par les grands géomètres de la première moitié du XVIII^me siècle ne sont pas encore résolus, si quelques théories ont perdu de leur importance, d'autres ont apporté un nouveau jour sur bien des questions, et de nombreux travaux, notamment ceux de M. Poincaré, ont considérablement enrichi les théories de la Dynamique analytique.

M. Whittaker s'est proposé de pousser aussi loin que possible l'étude analytique du mouvement des systèmes dynamiques avec un nombre fini de degrés de liberté et de présenter un tableau complet de l'état actuel de cette branche de la Mécanique générale. Nous pensons qu'il a pleinement atteint son but. Disons pourtant, avec l'auteur, que son livre, qui fait dignement suite à l'*Analytical Statics* du Routh, a subi en général l'heureuse influence des excellents ouvrages de ce dernier.

Le domaine à explorer était immense et, presque toujours, l'auteur a bien choisi les choses les plus importantes, les démonstrations les plus simples ; et le lecteur ne doit pas chercher ailleurs tout ce qu'il lui faut pour bien comprendre les théories exposées ; car il trouve dans l'ouvrage même un exposé sommaire des éléments indispensables des théories d'Analyse utilisées dans les diverses applications. C'est ainsi que l'on trouvera la théorie de la transformation simultanée de deux formes quadratiques à la forme canonique, dans la théorie des vibrations des systèmes dynamiques ; les propriétés les plus importantes de la transformation spéciale de contact et du dernier multiplicateur de Jacobi dans la théorie de la transformation des équations de la dynamique ; etc.

Les applications simples, variées et intéressantes se succèdent à chaque page, et à la fin de chaque chapitre, suivant l'usage adopté dans les livres anglais, on trouve de nombreux exercices, proposés dans les examens d'Angleterre ou extraits de mémoires originaux.

Après ces caractères généraux, disons quelque chose sur la distribution des matières si riches et si abondantes contenues dans ce volume.

A l'exception d'un seul chapitre (le premier) qui résume les théorèmes et les formules les plus connues de la Cinématique d'un système rigide, et qui n'est certainement pas un des meilleurs du livre¹, l'*Analytical Dynamics* peut se partager en trois parties.

La première partie comprend « à peu près » tout ce qu'on a coutume d'exposer dans un cours élémentaire de Mécanique. Les équations de Lagrange y jouent un rôle prépondérant et une large part est faite aux méthodes d'intégration qui, par les auteurs anglais, sont nommées de « *l'ignoration of coordinates* ». C'est à ces méthodes que l'auteur réduit la recherche des intégrales bien connues des aires et des mouvements du centre de masse. On y trouve naturellement tous les problèmes résolubles par quadratures, de la Dynamique d'un point et des systèmes rigides avec

¹ Par exemple le théorème de Chasles (art. 5) n'est pas démontré d'une manière complète ; la considération d'un couple de rotations est aussi incomplète (art. 4). Le théorème sur la composition de deux rotations, que l'auteur démontre également d'après M. Burnside, est attribué à Hamilton, qui lui a seulement donné la forme reproduite dans le texte : mais le théorème a été donné depuis bien longtemps par Rodrigues. (Journ. de Mathém. 5 [1840], p. 380).

un, deux, trois degrés de liberté ; leur discussion et leur résolution est toujours achevée par les fonctions de Weierstrass ; on doit aussi mentionner un chapitre, des plus intéressants, sur la théorie des vibrations ; un autre sur la Dynamique des systèmes non holonomes. L'auteur, qui dans la définition des systèmes holonomes (p. 33) a suivi Hertz (*Prinz. d. Mech.* 123), à propos des deux conditions linéaires auxquelles satisfont les variations des cinq paramètres définissant la position d'une sphère qui roule sans glisser sur un plan (système non holonome), aurait dû ajouter la condition indispensable que ces relations ne sont pas intégrables¹.

La deuxième partie est, à notre avis, la plus intéressante. Elle commence par l'exposition des principes de Hamilton et de Gauss (ce dernier dans la forme que lui a donné Hertz) et du principe de la moindre action (Chap. IX). Le principe de Gauss méritait peut-être de plus grands développements, surtout d'après l'exposition magistrale faite par M. Boltzmann dans ses *Vorl. üb. die Princip. d. Mech.* 1. Th. § 65. La démonstration du *minimum* de l'intégrale qui représente l'action est fondée, comme il est connu (Darboux, *Théor. d. surf.* II) sur la remarquable expression de Lipschitz de l'énergie cinétique. L'auteur suit une méthode bien simple, mais qui ne nous semble pas à l'abri de toute objection. Le chapitre suivant est dédié aux systèmes hamiltoniens et à leurs *invariants intégraux*. La théorie des invariants intégraux d'un système d'équations diff. du premier ordre, fondée par M. Poincaré, a été l'objet, dans ces dernières années, de recherches nombreuses, entre autres d'un mémoire très important de M. De Donder (*Rend. Circ. Matem. Palermo*, XV (1901), XVI (1902)). M. Appell, dans le 2^{me} volume de son grand *Traité*, a fait aussi un court exposé de la théorie en vue des applications à la Mécanique et à Hydrodynamique. L'exposition de M. Whittaker n'est pas étendue ; elle se borne, d'une part, à l'étude des systèmes d'équations différentielles du premier ordre qui possèdent un invariant intégral relatif et qui ont, par conséquent, la forme hamiltonienne ; elle donne, d'autre part, la détermination, d'après M. Poincaré, d'un invariant intégral dont l'ordre est égal à celui du système, détermination qui exige la connaissance du dernier multiplicateur du système.

Le succès des méthodes d'intégration des problèmes de la Dynamique est dû à la transformation et à la réduction à des systèmes avec un plus petit nombre de degrés de liberté ; de là la nécessité d'une étude approfondie de la théorie de la transformation des équations de la Dynamique (Chap. XI). D'ailleurs, la transformation des systèmes canoniques est étroitement liée à la transformation spéciale de contact, dont l'auteur étudie les propriétés les plus élémentaires. En effet, pendant le cours du mouvement, un système dynamique subit une transformation infinitésimale de contact ; le problème de l'intégration se réduit à un problème de transformation et toute la théorie se résume dans le théorème fondamental que les transformations de contact sont les seules qui conservent la forme hamiltonienne aux équations du mouvement. Dans tout ce chapitre, si nous ne nous trompons pas, l'auteur a mis à profit les recherches de Lie, Darboux, Poincaré, De Donder et Morera.

¹ La remarque générale se trouve seulement dans une note à la page 210. Dans cette partie, l'auteur attribue à M. de Sparre (Exer. 29, p. 169) le théorème que l'herpolhodie de Poincot n'a pas de point d'inflexion. Ce théorème est de M. Hess (*Das Rollen u. s. w.* München, 1880).

La recherche de la forme nouvelle du système canonique, exige la considération du premier système différentiel relatif à une forme pfaffienne ; de là, en quelques lignes et de la manière la plus naturelle, on trouve l'équation de Hamilton et le théorème célèbre de Jacobi, qui est fondamental pour tout le chap. XII sur les propriétés des intégrales des systèmes dynamiques. Toute intégrale complète de l'équation de Hamilton définit une transformation de contact et le problème de l'intégration est le même que celui de la recherche des transformations de contact qui transforment le système canonique en lui-même. Les propriétés des intégrales en involution conduisent au beau théorème de Liouville sur l'intégration d'un système dont on connaît n intégrales en involution.

Très à propos, l'auteur expose un beau théorème de M. Levi-Civita sur la manière de déduire des solutions particulières d'un système canonique dont on connaît des intégrales ou des relations invariantes. M. Bungatti en a donné une démonstration bien simple. L'auteur aurait dû mentionner la belle application que M. Levi-Civita a fait de son théorème à l'étude des mouvements permanents (au sens de M. Routh) d'un corps rigide, surtout dans le cas de la Kovalevskij¹. Viennent ensuite les problèmes dynamiques qui admettent des intégrales d'une forme déterminée. Le cas d'une intégrale linéaire dans les composantes des vitesses a été considéré par M. Korkine et M. Pennachietti ; il a été aussi l'objet des recherches de M. Cerruti, qui, pour le cas d'un point libre ou mobile sur une surface, a donné des théorèmes bien élégants, qui auraient très bien figuré dans le livre de M. Whittaker (*Collect. math. in honor. D. Chelini, 1881*). Les problèmes qui admettent des intégrales quadratiques dans les vitesses, outre celui des forces vives, ne sont pas encore étudiés en général ; l'auteur se borne à rappeler un élégant théorème de M. Stäckel (généralisé par MM. Goursat et Bungatti). Le problème, cependant, a été résolu, pour $n = 3$, par M. Di Pirro (*Ann. Matem. 24 (2), 1896*), et M. Painlevé a fait connaître une classe remarquable de problèmes en question.

La dernière partie, enfin, est une introduction aux recherches modernes sur le problème des trois corps. On verra certainement avec plaisir l'élégance et la simplicité avec laquelle M. Whittaker, en suivant en partie M. Poincaré, a su exposer, en quelques pages, en s'aidant de la transformation de contact, les recherches de Lagrange et de Jacobi sur la réduction du système hamiltonien du 18^{me} ordre, relatif au problème des trois corps, à un du 6^{me}, dernière limite à laquelle, jusqu'à présent, on soit arrivé.

Les trois derniers chapitres sont consacrés aux objets suivants : le théorème de M. Bruns, d'après lequel il n'y a d'autres intégrales algébriques distinctes de celles bien connues ; celui de M. Poincaré, qui montre qu'il n'y a pas d'intégrales d'une certaine forme (et que l'auteur expose seulement pour le cas du problème restreint) ; l'étude de la forme et de la disposition des orbites des systèmes hamiltoniens et des solutions périodiques et de leur stabilité ; la théorie des exposants caractéristiques de M. Poincaré ; et enfin une méthode, due à l'auteur, pour l'intégration de tout problème dynamique par des séries trigonométriques.

Malheureusement les indications bibliographiques font presque entière-

¹ M. Viterbi vient de faire la même application au mouvement d'un corps dans un liquide indéfini lorsqu'ont lieu les intégrales de Clebsch ou de Liapounoff ou de Stekloff. (*Atti Ist. Veneto*, 62, 1902-903).

ment défaut dans le beau livre ; c'est une lacune que l'on ne saurait assez souhaiter de voir disparaître dans un ouvrage qui rendra certainement de grands services à tous ceux qui aiment à s'orienter dans les théories les plus modernes de la Dynamique analytique.

R. MARCOLONGO (Messine).

La Revue du Mois. — Revue mensuelle dirigée par M. EM. BOREL, 1^{re} année 1906 ; prix de l'abonnement annuel : Paris, 20 fr. ; Union postale, 25 fr. ; prix du fascicule : 2 fr. 25 ; Librairie Le Soudier, Paris.

En fondant ce nouveau périodique la Rédaction a pensé qu'en raison du nombre et de l'importance des questions qui peuvent être traitées par méthode scientifique, il serait utile d'avoir une publication dont cette méthode serait le principe. Elle se propose de former une revue dont le but essentiel est de contribuer au développement des idées générales par l'exposition et l'étude critique des résultats nouvellement acquis. Mais ce but ne peut être atteint que si la publication est une revue de libre discussion, aussi la Rédaction annonce-t-elle qu'elle admettra « à s'exprimer en pleine indépendance toutes les opinions à base scientifique ».

Les deux premiers fascicules présentent une remarquable variété dans les articles, à tel point que toute personne instruite les lira avec grand intérêt et beaucoup de profit. Nos lecteurs en jugeront par la liste ci-dessous des mémoires insérés dans ces deux numéros :

N^o 1. — VITO VOLTERRA : Les mathématiques dans les sciences biologiques et sociales. — ALF. CROISSET : L'enseignement laïque de la morale. — G. DARBOUX : La vie et l'œuvre de Charles Hermite. — EMILE BOURGEOIS : Au seuil de l'alliance franco-russe, I. — E. METCHNIKOFF : La mort naturelle dans le règne animal. — ET. FOURNOL : La codification du travail. — *** : Le haut commandement dans l'armée française.

N^o 2. — G. BONNIER : Entre les cryptogames et les plantes à fleurs. — LUC. LEVY : Examens et examinateurs. — A. CHARRIN : Les oscillations de l'état physiologique. — EM. BOURGEOIS : Au seuil de l'alliance franco-russe, II. — A. JOB : Le mécanisme de l'oxydation. — H. HAUSER : La géographie humaine et l'histoire économique. — NOËL BERNARD : Un préjugé dans l'enseignement des sciences naturelles. — PERELLOS : L'instruction technique dans la marine.

Chaque numéro contient, en outre, une chronique scientifique et de la bibliographie.

Bien qu'il ne s'agisse pas d'une revue purement mathématique, nous avons cru utile, dans cette première annonce, de reproduire les sommaires des premiers fascicules. Avec de tels articles et ceux que l'on annonce pour les prochains numéros, la *Revue du Mois* est assurée de vivre et de trouver un excellent accueil dans tous les pays.

H. FEHR.