

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 16 (1914)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UNE LEÇON D'ALGÈBRE ÉLÉMENTAIRE SUR LES POLYNOMES BIQUADRATIQUES ET DOUBLEMENT QUADRATIQUES
Autor: Cailler, C.
Kapitel: I. — Préambule.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-15539>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

UNE LEÇON D'ALGÈBRE ÉLÉMENTAIRE SUR LES POLYNOMES BIQUADRATIQUES ET DOUBLEMENT QUADRATIQUES

I. — Préambule.

1. — La leçon qu'on va lire était destinée primitivement à servir d'introduction au cours que je professe ce semestre à l'Université de Genève sur les fonctions elliptiques. Diverses considérations, en particulier la longueur de cette étude m'ont engagé, en modifiant mon plan, à renoncer à ma première idée. Je me décide à faire paraître ici cette leçon, malgré le caractère élémentaire et même classique des questions que j'y discute.

En écrivant ces pages je me suis surtout inspiré du grand traité de G. H. Halphen¹ que j'ai dû consulter à maintes reprises pour la préparation de ce cours. On sait la manière de cet auteur, dense et pleine. Visant toujours à la perfection il ne touche aucun sujet sans l'épuiser. Un tel écrivain ne s'accommode guère d'une lecture cursive, et c'est le plus souvent la plume à la main que je l'ai étudié.

Il est résulté de là toute une série de notes, les unes très brèves, les autres assez développées, serrant de plus ou moins près le texte que je me proposais de commenter. La présente étude n'est, pour une forte part, qu'une de ces notes ; elle s'écarte d'ailleurs beaucoup du livre d'Halphen. La méthode dont je me sers est partiellement nouvelle, et me paraît présenter des caractères intéressants ; à défaut d'autres mérites, mon travail aidera peut-être quelques étudiants à lire plus facilement les chapitres 9, 10, 11 et 14 au second volume d'un ouvrage qu'on ne saurait aujourd'hui encore trop recommander.

Au chapitre 9, consacré à l'équation d'Euler, Halphen n'emploie évidemment les fonctions elliptiques qu'à titre d'auxiliaires : le

¹ G.-H. HALPHEN. *Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications*, Paris 1886-1891, 3 vol. in 8°.

but principal demeure l'équation doublement quadratique, la recherche de ses invariants, le problème de l'équivalence entre de semblables équations, etc. Or on peut se demander si le détour par les fonctions elliptiques offre un avantage bien réel, et si ces diverses questions ne se résoudraient pas aussi simplement par les seules ressources de l'Algèbre.

En prenant ce point de vue direct, opposé à celui d'Halphen, il semble en effet qu'on gagne plutôt; on obtient en tout cas un exposé aussi approfondi, et peut-être plus clair, des propriétés de l'équation dont il s'agit. Il est loisible ensuite de fermer le cercle par l'étude de l'intégrale elliptique attachée au polynôme doublement quadratique, c'est par là que je termine.

Tel est donc l'objectif que j'ai poursuivi; j'ai essayé de discuter par une marche élémentaire, bien qu'assez à fond, le problème algébrique, et de trouver, dans sa résolution, la clef des premières propriétés de l'intégrale elliptique. Cette marche qui m'était suggérée par le plan même de mon cours, tel que je l'avais d'abord tracé, se confond avec celle qu'ont dû suivre tout naturellement les premiers inventeurs du théorème d'addition, Euler en particulier. Il me semble, en la renouvelant, l'avoir sensiblement perfectionnée; au lieu de me contenter de vérifier des formules en quelque sorte toutes préparées, j'ai cherché à mettre partout en évidence les raisons cachées de ces formules. Ceci ne va pas sans quelques longueurs.

C'est notamment par ce souci de clarté qu'on s'expliquera la présence ici des deux premiers chapitres de mon travail: tout élémentaires qu'ils sont, ils font corps avec la suite et ne sauraient en être séparés, ce sont eux qui renferment le secret des propriétés assez complexes de l'équation doublement quadratique. On n'y verra peut-être pas sans intérêt le rôle prédominant que je fais jouer, notamment dans la théorie des équations du 4^{me} degré, aux polynômes quadratiques dont les racines se divisent harmoniquement deux à deux. L'introduction méthodique de pareils polynômes *conjugués*, ou *orthogonaux*, me paraît jeter une vive lumière sur tout le sujet; aussi me suis-je attardé sur les propriétés de ces polynômes au delà de ce qui était strictement nécessaire.

II. — Polynômes du second degré.

2. — Dans toute la suite nous rencontrerons constamment des combinaisons homogènes de divers polynômes f, g, h, \dots , les degrés de ces polynômes en x sont zéro, un, ou deux. Nous n'emploierons pas la notation homogène, et nous regarderons toujours ces polynômes comme de degré 2. Ils possèdent deux racines; seulement quand le degré effectif s'abaisse, une des racines, ou toutes