

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 16 (1914)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: A. Chatelet. — Leçons sur la théorie des nombres, professées au Collège de France (Modules. Entiers algébriques. Réduction continue). — 1 vol. gr. in-8° de x-156 p. ; 5 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

l'approfondissement de la compréhension des questions sociales et politiques, et développement de la faculté de pensée personnelle.

La *valeur éducative de la géométrie* renferme des considérations intéressantes établissant l'utilité universelle de la géométrie dans l'éducation, indépendamment de son rôle pratique; ces remarques sont accompagnées de conseils et indications pédagogiques que l'auteur tire de sa propre expérience professorale.

Enfin les deux dernières études se rapportent à la mécanique; ce sont *le rôle de la déduction en mécanique élémentaire* et *une comparaison entre la géométrie et la mécanique*. R. MASSON (Genève).

A. CHATELET. — **Leçons sur la théorie des nombres**, professées au Collège de France (*Modules. Entiers algébriques. Réduction continue*). — 1 vol. gr. in-8° de x-156 p.; 5 fr. 50; Gauthier-Villars, Paris.

Les ouvrages ayant trait à l'algèbre ou à l'arithmétique pure n'abondent pas en France, il y a là une première raison d'accueillir favorablement ces nouvelles *Leçons*. Bien que l'auteur renvoie volontiers à Tannery, à MM. Borel et Drach, à M. Cahen, je retrouve surtout dans son livre les élégants et intuitifs procédés de la *Geometrie der Zahlen*, de Minkowski.

Le point de départ est la théorie des substitutions linéaires. Comme une telle substitution est évidemment définie par ses coefficients, lesquels forment un tableau carré, l'étude est ramenée à celle de ces tableaux pour lesquels on peut établir très simplement des règles de calculs analogues (mais plus générales) à celles qui concernent les déterminants. On peut aussi introduire immédiatement le langage géométrique en considérant n nombres p_1, p_2, \dots, p_n comme coordonnées d'un point dans l'espace à n dimensions mais, là encore, une généralité supérieure à celle de la géométrie peut immédiatement apparaître. Ainsi, si la distance de deux points peut être définie à la manière ordinaire, elle peut aussi l'être de manière à ne pas employer toutes les propriétés de la distance géométrique mais seulement certaines essentielles au sujet. On peut, par exemple, concevoir une distance généralisée qui, pour des segments parallèles, est proportionnelle à leur longueur. Pour chaque direction issue de l'origine on a ainsi une unité de longueur particulière ou des segments unitaires dont l'ensemble forme un *volume* limité par une certaine *surface*. Il ne faut évidemment pas perdre de vue le sens spécial de ces mots mais il est ensuite fort curieux de voir le calcul intégral s'y adapter fort bien.

Le mot *module*, qui a en mathématiques un si grand nombre de significations différentes, a ici un sens analogue à celui du mot *groupe*. Les modules sont des ensembles de points invariants pour la soustraction; les *modules types* sont ceux dont tous les points se déduisent d'un tableau quelconque par multiplication par une ligne d'entiers.

On est alors amené naturellement à étudier les systèmes d'entiers, l'ensemble des multiples d'un nombre, la divisibilité, et comme il est facile d'établir qu'un tableau à termes entiers peut se mettre sous une forme spéciale (où tous les éléments situés d'un même côté de la diagonale sont nuls), on est déjà conduit, par un exemple simple, à ces réductions de tableaux qui jouent un si grand rôle dans les travaux d'Hermite.

L'étude de la divisibilité conduit aussi à la résolution des équations de Diophante. Telle est la première moitié du livre de M. Châtelet; c'est le nombre entier qui y joue le rôle fondamental et, bien entendu, il n'en

pouvait être autrement, mais il me semble utile d'insister sur la chose, car tout le plan de l'ouvrage est déjà dessiné dans cette première moitié. Quand nous abordons les nombres algébriques et leur classification, nous retrouvons l'uniformité de la marche précédente. Ce n'est pas une nouveauté et c'est tout à fait naturel, mais c'est ce que l'auteur a su faire ressortir très heureusement. Il nous construit les nombres d'un *corps* par une arithmétique analogue à celle des multiples d'entiers et montre très nettement, où l'analogie ne subsiste pas forcément, ce qui conduit au nouveau concept d'*idéal*. Le dernier grand problème qu'il aborde, celui de la réduction continue des tableaux, nous ramène aux considérations géométriques de Minkowski. M. Châtelet a élégamment redémontré les deux théorèmes fondamentaux dus à cet auteur en laissant la plus grande généralité possible à la notion de distance généralisée.

Trois notes terminent le volume. La première est consacrée à l'application de la théorie des modules aux fonctions périodiques ou aux fonctions quasi-périodiques de M. Esclangon. Une telle application résulte, très en gros, de ce que l'ensemble des périodes d'une fonction périodique forme un module ; par suite toutes les constructions de modules, en partant des plus simples et notamment des modules types, permettent des constructions de plus en plus générales pour des systèmes de périodes à existence exacte ou approchée.

Il y a là, très nettement, bon nombre d'idées originales.

La seconde note nous donne un exemple numérique de corps algébrique pour le corps $K(\sqrt{82})$. La troisième nous indique comment l'impossibilité de congruences entre idéaux laisse cependant définir les congruences entre nombre d'un corps relativement à un idéal lui appartenant. Voilà, à coup sûr, des aperçus qui sembleront bien vagues à qui n'a jamais pénétré dans la science des nombres ; mais tous ceux qui ont entrevu, tant soit peu, son aspect énorme et souvent rébarbatif (surtout chez les auteurs allemands) verront sans doute, dans le livre de M. Châtelet, un enchaînement bref et correct qui laisse transparaître beaucoup de clarté. A. BUHL (Toulouse).

H. DINGLER. — **Die Grundlagen der angewandten Geometrie** (Les bases de la géométrie appliquée). — 1 vol. in-8°, 160 p. ; Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig.

Cet ouvrage porte également en sous-titre : *Etude des relations entre la théorie et l'expérience dans les sciences exactes*, et il a pour but de résoudre la question séculaire liée au Postulat d'Euclide, savoir : De toutes les géométries logiques, quelles sont celles qui sont applicables à notre espace empirique ; ou bien : Notre espace empirique est-t-il euclidien ou non-euclidien ?

L'auteur arrive à cette conclusion : Dans notre espace empirique, la géométrie euclidienne seule est admissible ; ou : Notre espace empirique est euclidien.

Ses idées sont développées dans trois chapitres : I. *Le problème* ; II. *La théorie de la mathématique appliquée* ; III. *Application à la géométrie*.

Par mathématique appliquée, l'auteur n'entend pas, comme on le fait communément, les branches techniques dont les développements théoriques sont basés sur les mathématiques ; il réserve son expression à une mathématique expérimentale déduite de la construction et de la mesure, mais dans laquelle on tient un compte précis du coefficient d'exactitude.

Dans le premier chapitre : *Le problème*, il pose la grande question liée à