

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 16 (1914)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: A. Grüttner. — Die Grundlagen der Geometrographie {Les bases de la géométrographie). — 1 vol. in-8°, 53 p. ; Quelle & Meyer, Leipzig.

Autor: Crelier, L.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

l'axiome des parallèles. Cet axiome est logique, il est indépendant des autres axiomes, donc il ne peut pas en être déduit. En le supprimant ou en le remplaçant par un autre, non moins logique, on arrive à d'autres géométries ; mais celles-ci peuvent-elles s'appliquer à notre espace empirique ou physique ? Voilà la question.

M. Dingler établit ensuite une géométrie empirique, dans laquelle il crée des plans, des droites et des points réels, comparables entre eux, en partant du procédé mécanique de construction des surfaces planes. Il étend ensuite ses notions de géométrie empirique au corps rigide, mais celui-ci sera de nouveau défini plus tard comme un *résultant* de la géométrie euclidienne.

Dans la seconde partie : *Théorie de la mathématique appliquée*, l'auteur s'étend sur des considérations philosophiques spéciales relatives aux principes d'identité et d'exactitude appliqués aux méthodes de mesures. Il insiste spécialement sur la règle de Mach : Choisir, parmi les procédés scientifiques conduisant au même but, celui qui est le plus simple. (« Machsches Oekonomieprinzip. »)

La troisième et dernière partie conduit aux conclusions déjà indiquées. D'après l'auteur, la géométrie cesse d'être une science de logique pure, pour devenir une *science expérimentale* ou empirique, comme la physique ou la chimie.

Du fait des prémisses posées dans la seconde partie, le corps rigide doit être euclidien et l'espace auquel il appartient le devient également.

Philosophiquement parlant, la lecture de l'ouvrage est attrayante, les déductions sont fort belles, et si le lecteur ne prend pas la peine de se reporter, à chaque moment, aux bases mêmes de la géométrie, il est tenté de croire que la solution du problème donnée par M. Dingler est définitive.

A notre point de vue, elle ne l'est pas. L'espace empirique ou physique est continu et illimité ; mathématiquement parlant, il est absolument assimilable à un espace linéaire à trois dimensions. D'autre part, les trois objets géométriques fondamentaux : le point, la droite et le plan, restent malgré tout des concepts abstraits. La question ne sera résolue que quand on aura démontré que le plan tel que nous le concevons : *l'élément géométrique univoquement déterminé par trois points*, ne peut pas être engendré par deux droites lobatschweskiennes ou riemanniennes. L. CRELIER (Bienne).

A. GRÜTTNER. — **Die Grundlagen der Geometrographie** (Les bases de la géométrographie). — 1 vol. in-8°, 53 p. : Quelle & Meyer, Leipzig.

Ce petit ouvrage comporte trois parties qui répondent aux trois questions suivantes : Quelles sont les bases de la géométrographie ? Jusqu'où sont-elles développées ? Peut-on les perfectionner ?

Dans la première partie l'auteur étudie : *Le développement de la géométrographie*. Après avoir fait ressortir l'utilité de cette nouvelle doctrine, il en établit l'histoire et expose les divers systèmes de notation actuellement en cours. Nous retrouvons les systèmes Lemoine (L), Bernès (B), Grüttner (G) et Papperitz (P).

La deuxième partie est une : *Critique des systèmes géométrographiques*. Sans entrer dans tous les détails de la comparaison des systèmes, nous dirons simplement que l'auteur fait ressortir la caractéristique du système Grüttner (G), qui est son système. C'est l'introduction d'un coefficient ε , considéré comme unité relative du travail géométrographique. Ce coefficient

doit servir à remplacer les nombres de Lemoine ($l_1 + l_2 + m_1 + m_2 + m_3$) et ($l_1 + m_1 + m_2$) donnant, le premier *la simplicité*, et l'autre *l'exactitude* d'une construction géométrographique. D'après l'auteur, on doit pouvoir *mesurer* les difficultés géométrographiques d'un problème, et c'est pour cela qu'il introduit le coefficient ε .

La troisième partie : *Développement raisonné d'un système géométrographique*, est consacrée à tous les arguments militant en faveur du système (G). L'auteur place la pratique du dessinateur à la base de ses considérations ; il montre l'insuffisance de la notation du système (L) dans les questions du compas, du changement d'instruments, de la prolongation des droites, etc. ; puis, se basant sur diverses observations d'ordre psychologique et physique, il introduit la mesure du travail A, qu'il appelle unité absolue de travail géométrographique, par opposition à ε , qu'il désigne sous le nom d'unité de mesure des difficultés géométrographiques. Les valeurs A et ε sont liées par la relation : $\varepsilon = 2,5 A$.

Jusqu'à quel point l'empirisme l'emporte-t-il dans les considérations relatives aux valeurs ε et A ? C'est une question à laquelle nous ne voulons pas répondre, mais ces deux nombres nous semblent très recherchés et bien factices. Dans tous les cas, ils n'appartiennent plus au domaine de la mathématique pure.

L. CRELIER (Bienne).

C. DE JANS. — **Les multiplicatrices de Clairaut.** Contribution à la théorie d'une famille de courbes planes. — 1 vol. in-8°, IV, 136 p. ; 5 fr. ; A. Hoste, Gand.

Cette contribution à la théorie d'une famille de courbes planes est une monographie des plus intéressantes dans laquelle l'auteur traite les propriétés générales des courbes de la forme :

$$r = k \sin^m \theta ,$$

connues sous le nom de « Courbes de Clairaut du 1^{er} type », pour en déduire ensuite les cas algébriques ainsi que quelques cas plus particuliers.

La classification de ces courbes donne lieu au tableau suivant :

$$\text{Courbes mono- et bisymétriques} \left\{ \begin{array}{l} \text{directes} \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ espèce } (-\infty < m < -1) \\ 2. \text{ espèce } (-1 < m < 0) \end{array} \right. \\ \text{inverses} \left\{ \begin{array}{l} 1. \text{ espèce } (1 < m < \infty) \\ 2. \text{ espèce } (0 < m < 1) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

M. de Jans donne ensuite une construction simple des tangentes, des normales et des rayons de courbure, puis quelques autres propriétés relatives à toute la famille.

Le IV^{me} chapitre est consacré aux cas algébriques. Nous y trouvons l'étude des singularités, du degré, de la classe et du genre des courbes considérées.

Dans le chapitre VI, l'auteur traite plus spécialement le biovale :

$$r = k \sin^2 \theta .$$

En dehors des propriétés analytiques, il développe encore les conchoïdes de