

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 17 (1915)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: BIBLIOGRAPHIE

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BIBLIOGRAPHIE

L. BRAUDE. — **Les coordonnées intrinsèques.** *Théorie et applications.* (Collection « *Scientia* », n° 34.). — 1 vol. cart., 100 p.; 2 fr.; Gauthier-Villars, Paris, 1914.

Le petit ouvrage de M. L. Braude, comme son titre l'indique, est consacré à l'étude des coordonnées intrinsèques que les géomètres allemands appellent aussi coordonnées naturelles. Il s'agit de la représentation des courbes par l'équation $f(s, R) = 0$, R étant le rayon de courbure et s l'arc compris entre un point fixe de la courbe et le point variable.

L'auteur divise son travail en quatre parties. La première : *Développements et méthodes*, comprend la théorie générale. Le lecteur est initié d'une manière très simple et très naturelle à l'emploi de ces coordonnées et à l'étude des formules fondamentales. Chaque paragraphe est suivi d'exemples fort avantageux donnant de suite une forme concrète aux développements théoriques. De cette manière, l'auteur traite les développées successives, les développoides et les courbes résultantes.

La deuxième partie intitulée : *Courbe de Mannheim*, est un exposé très complet de la théorie et de la généralisation de cette courbe. Etant donné $f(s, R) = 0$ comme équation intrinsèque d'une courbe C , si nous considérons s et R comme coordonnées orthogonales, nous obtenons une autre courbe M qui s'appelle la courbe de Mannheim de la courbe C . C'est le lieu des centres de courbure de C quand C roule sur l'axe des x . M. Braude établit d'abord la courbe de Mannheim pour quelques cas simples : spirale logarithmique, cycloïde, chaînette, et arrive ensuite aux diverses généralisations de cette courbe, généralisations déjà entrevues en partie par M. E. Turrière dans divers articles de *l'Enseignement mathématique*.

Troisième partie : *L'Arçuïde*. L'arcuïde A d'une courbe C est l'enveloppe de la droite $x \cos \varphi + y \sin \varphi - s \cos \varphi = 0$ quand $s = f(\varphi)$ est l'équation intrinsèque de C . Cette courbe fut étudiée primitivement par Kœstlin. Elle est donnée ici avec des applications très intéressantes et une généralisation analogue à celle de la courbe de Mannheim en remplaçant la base droite par une base curviligne.

La quatrième et dernière partie traite des *Roulettes*. Les roulettes sont étudiées en coordonnées intrinsèques. Le premier principe établi est celui des normales et la théorie est suivie d'applications originales publiées en partie par l'auteur dans les *Rendiconti* de Palerme. Il s'agit des relations entre les roulettes et les courbes associées, ainsi que de la génération des courbes associées.

En résumé, le livre de M. Braude avait sa place toute marquée dans la collection *Scientia*. Sous une forme claire et concise il met tous les points

principaux de la théorie des coordonnées intrinsèques à la portée du lecteur mathématicien, et de nos jours cette théorie est devenue indispensable à tous ceux qui s'occupent de recherches géométriques.

L. CRELIER (Bienne-Berne).

Ch.-Ed. GUILLAUME. — **Les récents progrès du système métrique.** Rapport présenté à la cinquième Conférence générale des Poids et Mesures, réunie à Paris en octobre 1913, par Ch.-Ed. GUILLAUME, directeur-adjoint du Bureau international des Poids et Mesures. — 1 fasc. in-4°, 116 p., Gauthier-Villars, Paris.

La tâche la plus importante du métrologiste consiste à établir et à conserver l'unité de longueur. Il est donc nécessaire qu'il se tienne au courant de tous les perfectionnements techniques, de toutes les découvertes susceptibles d'augmenter la sécurité et la précision de ses travaux.

L'ouvrage de M. Ch.-Ed. Guillaume passe rapidement en revue les améliorations et les adaptations que le Service des Poids et Mesures a réalisées depuis la quatrième Conférence. Le lecteur est renvoyé à des sources spéciales quand le développement du sujet l'exige.

Le plus sûr garant de la conservation de l'unité de longueur est dans l'invariabilité relative d'une série d'étalons en platine iridié ; il est donc nécessaire d'augmenter le nombre de cette série d'étalons, de les comparer souvent les uns aux autres et de diminuer les variations soit par le choix de matériaux spéciaux, soit par des tracés appropriés.

Dès 1893, la longueur d'onde de la radiation rouge du cadmium était mesurée avec une précision suffisante pour qu'on puisse la prendre comme terme de comparaison dans d'autres mesures. Ces procédés interférentiels ont permis de mesurer l'épaisseur d'étalons transparents. Le quartz en cristaux purs, non maclés, peut être considéré comme une des meilleures substances à employer dans la construction de nouveaux étalons. Le Comité international a décidé de faire construire une série d'étalons en quartz allant jusqu'à 100 mm. et dont la longueur serait mesurée en fonction des ondes lumineuses.

Le nickel et son alliage l'invar contenant 36 % de nickel, ont des qualités qui les désignent pour la construction d'étalons de second ordre à l'usage des laboratoires. L'invar, il est vrai, éprouve de faibles variations de longueur ; une barre d'invar s'allonge constamment au cours du temps, mais le taux de ces variations est à peine d'un millionième de la longueur primitive.

Le *Rapport* résume les résultats des enquêtes concernant les étalons géodésiques et les étalons à bouts. Citons l'exemple de précision fourni par la mesure de la base de Lyon d'une longueur de 8 kilomètres, déterminée successivement au moyen de trois fils d'invar et qui a conduit à des valeurs différant entre elles de moins d'un millionième de la base.

L'outillage de mesure s'est enrichi d'instruments destinés à accroître la précision et la rapidité des mesures. Le *Rapport* donne la description d'une machine à mesurer de la Société genevoise des Instruments de Physique et d'un comparateur de moyenne précision pour les bureaux de vérification.

Dans la partie qui concerne la vérification des étalons de masse, on relèvera que les écarts de poids de six prototypes sont inférieurs à *un deux-centième de milligramme*. De nouveaux alliages ont été étudiés ; tels le cons-

tantan (nickel et cuivre), le baros (nickel additionné de quelques centièmes de chrome et de manganèse). Aucun des deux n'est absolument invariable; l'humidité pour le premier ou le temps pour le second ont provoqué quelques faibles variations. Le tantale et le tungstène sont actuellement à l'étude.

Les longueurs d'onde en métrologie, l'accélération de la pesanteur, l'échelle normale des températures sont étudiées dans un chapitre spécial consacré aux déterminations fondamentales. L'extension immense réalisée dans le domaine des basses températures conduira à proposer une nouvelle entente relative à l'échelle thermométrique.

C'est dans la législation que l'on enregistre les plus grands progrès : sanction des prototypes, rédaction nouvelle et plus précise des définitions fondamentales, extension à des unités non encore incorporées à la loi, progrès dans le régime légal du système métrique.

Les pays anglo-saxons opposent une résistance sourde à l'introduction du système métrique; résistance qu'il faut attribuer surtout à des raisons commerciales. Les mesures anglaises auxquelles sont habitués les commerçants et industriels donnent à l'Anglais un avantage sur l'étranger qui cherche à conquérir les marchés.

La plupart des pays se sont accordés pour reconnaître au *carat métrique* un poids de 200 mg.; cette fixation du carat sera très appréciée par le commerce des pierres précieuses.

Enfin le *Rapport* contient quatre annexes dont l'une, consacrée à la réforme des poids et mesures en Chine, donne des détails originaux sur les mesures d'Extrême Orient.

A. BERNOUD (Genève).

Handbuch der angewandten Mathematik, herausgegeben von H. E. TIMERDING. — I, *Praktische Analysis*, von H. VON SANDEN, XIX et 185 p. in-8°, 3 M. 60. — II, *Darstellende Geometrie*, von J. HJELMSLEW, IX et 320 p., 5 M. 40; B. G. Teubner, Leipzig.

Cette nouvelle collection est destinée à initier les étudiants des Facultés aux méthodes pratiques en usage dans les mathématiques appliquées. Publiée sous la direction de M. Timerding, elle comprendra une série de petites monographies ayant pour objet les principales branches des mathématiques dans leurs rapports avec les applications pratiques.

Dans le premier volume, intitulé « *Praktische Analysis* », M. von Sanden examine la solution numérique complète de problèmes fournis par l'Algèbre et l'Analyse. Il passe en revue l'emploi de la règle à calcul, de la machine à calculer, puis la résolution numérique des équations, l'interpolation, l'intégration graphique, l'analyse harmonique, etc. Son exposé vient compléter d'une manière utile les recueils d'exercices qui, pour la plupart, n'envisagent en général que les applications théoriques.

Le second volume de la collection est consacré à la Géométrie descriptive; il a été rédigé par M. J. Hjelslew, professeur à l'Ecole polytechnique de Copenhague. Il contient un exposé très concis des principales méthodes de la Géométrie descriptive envisagée dans le sens le plus large. Ainsi l'auteur ne se borne pas aux méthodes de Monge, mais il étudie aussi les principes de la projection centrale, de l'axonométrie, de la Géométrie projective, de la Géométrie cinématique. Ces notions sont ensuite appliquées à l'étude des courbes gauches et des surfaces.

A. W. STAMPER. — **A Textbook on the Teaching of Arithmetik.** — 1 vol. in-8°, 284 p.; American Book Company, New-York, Cincinnati, Chicago.

M. Stamper a fait paraître précédemment une étude historique sur l'enseignement de la géométrie dans les divers pays¹. Son volume sur l'enseignement de l'arithmétique, que nous considérons aujourd'hui, est une étude pédagogique qui s'adresse plus spécialement aux maîtres de mathématiques de son pays; il traite en effet de l'enseignement de l'arithmétique aux Etats-Unis. Cependant la majorité des remarques d'ordre pédagogique qu'il contient ont une valeur qui dépasse les limites d'un pays ou d'un programme.

Le premier chapitre est un court aperçu historique de l'arithmétique, de ses origines chez les différents peuples, des divers systèmes de numération et des symboles.

Avant d'aborder les opérations arithmétiques, M. Stamper consacre aussi un chapitre au rôle du raisonnement en arithmétique et un autre aux notions préliminaires; le calcul par séries en suite naturelle des nombres et en groupes de 2, 3 ... 10, etc., avec ou sans l'aide d'objets représentatifs; enfin l'éducation de ce que l'on pourrait appeler le jugement ou le bon sens, la notion de plus petit, de plus grand et d'égalité.

Le chapitre suivant embrasse en quelque sorte toute l'arithmétique élémentaire. L'auteur y expose la manière d'introduire et de développer les opérations arithmétiques addition et soustraction, multiplication et division accompagnées des méthodes de vérification (preuve par 9 pour l'addition, la multiplication et la division). Les notions de divisibilité sont reliées à l'expression des nombres en facteurs. Le plus grand commun diviseur et le petit commun multiple trouvent également leur place là. Puis vient la notion de fraction et les diverses opérations appliquées aux fractions. M. Stamper place dans ce même chapitre, intitulé des principales opérations en arithmétique, le pourcentage, et il s'en sert pour montrer comment on peut amener tout naturellement à la considération d'équations algébriques simples. La racine carrée et la notion de proportion terminent le chapitre.

Les deux suivants ont pour sujet les applications de l'arithmétique, c'est-à-dire les méthodes de solution des problèmes. Les sujets traités sont le pourcentage, problèmes d'intérêt simple et composé avec et sans l'aide de tables, puis les questions de poids et mesures. Le système métrique n'y joue qu'un rôle secondaire puisque quoiqu'admis légalement il n'est guère appliqué aux Etats-Unis. Notons en passant que parmi les applications M. Stamper donne la notion de longitude en corrélation avec la notion de temps et que, outre les mesures usuelles de surfaces, il conseille de traiter le théorème de Pythagore à cause de ses nombreuses applications et si possible les volumes usuels.

L'enseignement de l'algèbre et de la géométrie fait l'objet de quelques pages. L'algèbre est considérée non comme une étude pour elle-même, mais comme une simplification des méthodes de l'arithmétique. Les équations du 1^{er} degré de formes simples sont seules envisagées.

Tous les sujets sont exposés, expliqués et commentés à un point de vue

¹ A history of the Teaching of Elementary Geometry, by A. W. Stamper. Voir *Ens. math.*, N° 2, mars 1913.

pédagogique; cependant, à partir du VIII^e chapitre commence la partie d'ordre plus exclusivement pédagogique. C'est peut-être la plus importante du manuel, mais il est difficile de rendre compte de ce qui en fait la valeur en quelques lignes; elle contient des renseignements et conseils au jeune maître donnés sous une forme claire et très complète. M. Stamper traite de la préparation d'une leçon par le maître, les méthodes d'enseignement de classe, puis en classe, mais sous la direction d'un professeur d'école normale.

Le volume se termine par des considérations sur le programme d'études, ce qu'il faudrait supprimer et ce qu'il faudrait ajouter. M. Stamper insiste sur le fait que dans l'enseignement élémentaire le choix, si ce n'est des sujets à traiter, en tous cas du genre de problèmes et d'applications, doit dépendre dans une large mesure des conditions et intérêts locaux.

Chaque chapitre est suivi de questions en corrélation avec son contenu, ce qui en facilite l'étude et suggère des réflexions.

R. MASSON (Genève).

TH.-J. STIELTJES. — **Œuvres complètes** publiées par les soins de la Société mathématique d'Amsterdam. Tome I. — 1 vol. gr. in 4^o, vii-472 p.; P. Noordhoff, Groningue.

La Société mathématique d'Amsterdam n'a pas oublié que Stieltjes était originaire de Hollande et qu'avant d'être professeur à l'Université de Toulouse, il était astronome à l'Observatoire de Leyde. Après la belle publication de la *Correspondance d'Hermite et de Stieltjes*¹ par MM. BAILLAUD et BOURGET, la Société mathématique d'Amsterdam tenait à témoigner, elle aussi, de sa haute admiration pour l'œuvre de l'éminent géomètre. Dans sa séance du 30 avril 1910, elle prit la résolution de publier une édition complète des œuvres scientifiques de Stieltjes. L'exécution du projet fut confiée à MM. W. Kapteyn, J.-C. Kluyver et E.-F. van de Sande Backhuyzen.

La publication sera complète en deux volumes. Le premier seul vient de paraître. Il contient un portrait datant des dernières années de Stieltjes. La Commission n'a pas jugé opportun de joindre aux œuvres complètes une notice biographique; elle a estimé qu'il n'y a rien à ajouter à la belle « Notice sur Stieltjes » que M. BOURGET a joint à la *Correspondance*.

On sait que les travaux du savant géomètre ont été analysés, par ordre chronologique, par le professeur E. COSSERAT, dans une importante notice publiée par les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse* (1895). Elle comprend 82 numéros. Ce premier volume des œuvres complètes contient 47 mémoires ou communications, publiées de 1876 à 1886, et consacrés principalement à l'Algèbre, à la théorie des nombres, à l'Analyse et à l'Astronomie. Il forme un témoignage éclatant de l'activité et du talent mathématique de Stieltjes.

Il faut savoir gré à la Société mathématique d'Amsterdam d'avoir entrepris cette belle publication qui a sa place marquée à côté de la *Correspondance d'Hermite et de Stieltjes* et des *Œuvres complètes d'Hermite*. Les jeunes géomètres y trouveront des idées originales comme point de départ de nouvelles recherches.

H. F.

¹ Deux volumes in 8^o, avec une préface de M. E. PICARD; Paris, Gauthier-Villars, 1905.

L. ZORETTI. — **Exercices numériques et graphiques de mathématiques** sur les leçons de mathématiques générales. — 1 vol. in-8° de xvi-128 p. avec 39 fig., cart., 7 fr.; Gauthier-Villars, Paris.

L'Enseignement mathématique (n° du 15 mars 1914) a déjà signalé les *Leçons de Mathématiques générales* de M. ZORETTI. Pour compléter son exposé, l'auteur vient de publier un recueil d'exercices numériques et graphiques. Nous donnons ci-après un extrait de l'intéressant *Avant-propos* dans lequel il montre dans quel esprit il conçoit ces exercices :

« S'il est une opinion qui a la bonne fortune de recueillir l'unanimité chez les personnes qui s'intéressent à l'enseignement supérieur, c'est bien celle d'après laquelle les cours de mathématiques générales ne peuvent être utiles que s'ils sont accompagnés de nombreux exercices. Mais, malheureusement, il est plusieurs façons d'entendre la nature de ces exercices, et je suis loin d'être convaincu que toutes soient également profitables.

« En effet, que viennent faire les élèves dans nos amphithéâtres, des Facultés, et que nous veulent-ils ? Certes, leurs destinations sont diverses, mais il est au moins un caractère qui leur est commun, c'est qu'aucun d'eux n'est destiné à devenir un mathématicien de profession, au moins avec l'organisation actuelle de notre enseignement secondaire, et tant que dureront les privilèges de certaines écoles. Tous veulent poursuivre des études, en général relatives à des doctrines expérimentales, où les mathématiques jouent un grand rôle comme outil. En bonne règle, ils commencent donc par venir s'initier au maniement de cet outil. Notre devoir envers eux, dès lors, est très net : nous devons, en leur rendant les études aussi attrayantes que possible, leur faire acquérir, non pas superficiellement, mais à fond, les notions essentielles, leur faire saisir l'origine toujours concrète, puis la signification précise des définitions, leur expliquer en quoi consistent les méthodes générales, leur indiquer enfin quelques résultats et quelques formules, en précisant ceux de ces résultats qu'il est commode de savoir par cœur, mais sans jamais exiger d'eux un effort trop grand de mémoire, car les livres sont là pour parer aux défaillances de celle-ci ; au contraire, c'est un effort de réflexion et d'assimilation qu'il nous faudra leur demander, et nous tâcherons de leur donner de bonnes habitudes de langage et de précision, précision de la pensée et de l'expression.

« Nos exercices devront concourir à ces résultats ; ils seront à la fois éducatifs et pratiques. Nous tâcherons de mettre l'étudiant dans les conditions même et en présence des difficultés qu'il rencontrera dans la pratique. Point n'est besoin pour cela de fabriquer des énoncés empruntés à la discipline qui sera par la suite celle qui l'occupera : ce serait impossible à cause de la diversité des cas à prévoir. Mais nous donnerons quelques énoncés où les données seront obtenues par l'élève lui-même en effectuant des mesures qui n'exigent pas un dispositif expérimental compliqué, mesures de longueurs au pied à coulisse ou au palmer, ou au double-décimètre sur un dessin, en général maladroit, dont il sera l'auteur. Il verra ainsi, pour peu qu'il réfléchisse, comment se fait l'application des mathématiques dans les cas de la pratique, à partir de quel moment elles interviennent, et comment se doivent interpréter d'une façon concrète les résultats fournis par les formules qu'il vient d'appliquer. Bien entendu nos énoncés seront simples, aussi simples que possible ; ce seront des applications immédiates des résultats appris au cours, et nous éviterons avec soin la multiplication des

difficultés ; nous multiplierons au contraire les rapprochements en traitant un même exercice de plusieurs façons différentes.

« Enfin pour que nos exercices soient pratiques, il faut qu'ils habituent l'élève à ces difficultés qu'un cours théorique ne soupçonne même pas. Laissons d'abord de côté les difficultés d'application des formules ambiguës, celles qui font intervenir des questions de sens : celles-là ne sont pas au fond très graves, et si l'étudiant intelligent hésite, c'est que son professeur est mauvais ; si la formule qu'on lui livre est convenablement préparée, il ne doit pas y avoir d'hésitation.

« Il y a ensuite les difficultés de pur calcul : calcul numérique, calcul algébrique, calcul au trait. Puis viennent la grosse question des approximations et celle non moins importante des unités.

« C'est dans l'esprit que je viens d'indiquer qu'est conçu le présent recueil d'exercices. Il est fait pour l'étudiant : je précise : pour l'étudiant qui travaille seul. Je sais que quelques Facultés ont une organisation de travaux pratiques pour les étudiants en mathématiques générales, et que ce n'est pas en général la bonne volonté des professeurs qui est cause de l'absence ou de l'insuffisance de cette organisation. Mais fort heureusement, cette organisation est assez simple pour que les étudiants puissent la prendre à leur compte, en attendant mieux. Ce Livre doit être un guide suffisant. Je me suis préoccupé, en le rédigeant, de résoudre quelques-unes des difficultés que rencontrera celui qui, sans maître, en abordera l'étude. J'ai cherché à éviter les tâtonnements ; si l'étudiant en rencontre encore, qu'il ne se décourage pas, qu'il réfléchisse, essaie de s'assimiler les parties du cours dont il n'aurait pas fait une étude suffisante ; le temps qu'il passera à tâtonner ainsi n'est pas du temps perdu, c'est, au contraire, le moment le plus fructueux de son travail ; les choses ainsi apprises sont sues pour la vie. »

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Publications périodiques :

American Mathematical Monthly. — A Journal for Teachers of Mathematics in the Collegiate and advanced secondary fields. — Vol. XXI, 1914. — R. C. ARCHIBALD : Remarks on Klein's « Famous Problems of Elementary Geometry ». — S. G. BARTON : A Simple Method of constructing the Normals to a Parabola. — R. E. BRUCE : A Theorem in the Modern Geometry of the abridged Notation. — W. H. BUSSEY : The Tactical Problem of Steiner. — F. CAJORI : The Napier Tercentenary Celebration. — E. H. CLARKE : A Formula for the sum of a Certain Type of Infinite Power Series. — J. L. COOLIDGE : A Simple Algebraic Paradox. — S. A. COREY : A Method of Solving Numerical Equations. — L. E. DICKSON : On the Trisection of an Angle