

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 20 (1918)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: R. de Montessus de Ballore. — Introduction à la Théorie des Courbes gauches algébriques. Cours libre professé à la Faculté des Sciences de Paris, recueilli et rédigé par M. Vogt. — 1 vol. autographié, gr. in-4° de 112 p., avec figures, 12 fr. ; Croville-Morant, Paris, 1918.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

séries abéliennes, des questions de validité qui ne furent point traitées par Abel.

Je n'ai cité que les points les plus saillants. Beaucoup de théorèmes d'arithmétique s'imbriquent sur tout l'ensemble. A tous les points de vue, ce second tome peut être un magnifique et puissant instrument de travail.

Des faits récents viennent à l'appui de cette manière de voir ; les surfaces et surtout les courbes gauches algébriques attirent à nouveau l'attention des géomètres. Ces sujets sont actuellement repris, développés, prolongés ainsi que peut en faire foi la *Théorie des courbes gauches algébriques* professée en Sorbonne et récemment publiée par M. R. de Montessus (Paris, Croville-Morant, 1918). Nous aurons l'occasion de revenir prochainement sur cette nouvelle publication qui, en effet, et comme l'indique l'auteur lui-même, s'appuie tout particulièrement sur l'œuvre d'Halphen.

A. BUHL (Toulouse).

A. LÆWY. — **Lehrbuch der Algebra**. Erster Teil : *Grundlagen der Arithmetik*. — 1 vol. in-8^o, 398 p., 12 M. ; Veit & Cie, Leipzig.

Ce volume, qui a pour objet les principes de l'arithmétique théorique, forme le tome I d'un *Traité d'Algèbre* destiné aux étudiants des Universités. Après s'être familiarisés dans l'enseignement secondaire avec la pratique des opérations arithmétiques et algébriques, il est indispensable que les étudiants en mathématiques fassent une étude approfondie des principes modernes de l'arithmétique théorique et de l'algèbre. Ils doivent avoir des connaissances précises sur les théories fondamentales concernant les notions des nombres rationnels, nombres irrationnels, les fractions continues, les puissances, les racines, les logarithmes, les limites, les séries, le développement du binôme, les produits infinis. Tous ces objets, limités au domaine réel, sont étudiés dans ce volume dans leur enchaînement logique avec la précision et la rigueur nécessaires. L'auteur a tenu compte des progrès récents réalisés grâce à l'introduction des notions de groupes et de corps. Son Ouvrage sera consulté avec fruit non seulement par les étudiants mais aussi par les professeurs.

H. F.

R. DE MONTESSUS DE BALLORE. — **Introduction à la Théorie des Courbes gauches algébriques**. Cours libre professé à la Faculté des Sciences de Paris, recueilli et rédigé par M. Vogt. — 1 vol. autographié, gr. in-4^o de 112 p., avec figures, 12 fr. ; Croville-Morant, Paris, 1918.

C'est presque une stupéfaction que de parcourir ces pages si intéressantes. Quoi, il y a tant de choses dans les intersections de quadriques dont ne parlent point les traités qui s'étendent tant sur les quadriques elles-mêmes ! Vraiment la lacune était regrettable !

Le point de départ de l'auteur est général. Une courbe gauche algébrique est l'intersection de deux surfaces algébriques ; si, entre les équations de celle-ci, on élimine z puis toutes les puissances de z sauf z , la courbe a pour équations

$$\varphi(x, y) = 0, \quad z = \frac{\psi(x, y)}{\chi(x, y)}$$

et son étude est celle d'une fraction rationnelle sur la courbe $\varphi = 0$. C'est le point de vue utilisé par Cayley et Halphen. Il suffirait à imposer la géo-

métrie sur une courbe algébrique qui intervient dans les plus hautes parties de la théorie des fonctions, comme il ressort des travaux de M. Emile Picard et de ceux de l'école italienne.

Mais M. de Montessus n'a voulu faire qu'une introduction élémentaire; il manie d'abord les courbes gauches les plus simples, cubiques et quartiques.

Les cubiques gauches sont unicursales et on peut aisément les considérer comme situées sur des cônes du second degré, d'où une foule d'analogies avec les coniques. La perspective plane de la cubique est une unicursale du troisième ordre, d'où des propriétés d'osculution qui correspondent aux propriétés inflexionnelles des cubiques planes. Il y a aussi des propriétés de polarité permettant de définir des tétraèdres conjugués par rapport à une cubique gauche.

L'étude générale de l'intersection de deux quadriques, S et T, qu'elle donne une cubique ou une quartique, repose sur l'équation en λ qui exprime qu'une quadrique du faisceau $S + \lambda T = 0$ est un cône. Il y a sept cas à distinguer, dont les deux derniers seuls correspondent aux cubiques, mais, d'une manière générale, l'examen détaillé de cette équation en λ constitue un magnifique exercice d'algèbre.

Les quartiques gauches sont de première espèce quand elles sont des intersections de quadriques, de seconde espèce dans le cas contraire.

Parmi les quartiques de première espèce, les plus simples sont unicursales, mais les autres ne sont pas moins intéressantes comme se prêtant à une étude paramétrique uniforme de par l'emploi des fonctions elliptiques; il est entendu que c'est un résultat bien connu, en bloc, mais M. de Montessus l'a détaillé avec beaucoup d'art pour montrer élémentairement que, de même que l'étude de la fonction \wp de Weierstrass revient à l'étude d'une cubique plane, l'étude des fonctions sn , cn , dn de Jacobi revient à l'étude d'une quartique gauche. Et l'analogie se poursuit avec la géométrie de la quartique, avec, par exemple, quatre points dans un même plan, les plans bitangents, leur rapport anharmonique, les plans osculateurs ou sur-osculeurs, les polygones gauches inscrits qui, lorsqu'ils se ferment, généralisent manifestement les théorèmes de Poncelet.

Parmi les quartiques de première espèce, citons les ellipses, hyperboles et paraboles logarithmiques, l'ellipse sphérique et plus généralement les cycliques, intersections d'une sphère et d'une quadrique, intimement liées à de merveilleuses surfaces du quatrième ordre: les cyclides.

Les quartiques gauches de seconde espèce sont des courbes unicursales.

Un court chapitre détermine le degré minimum de la surface contenant la courbe gauche la plus générale de degré d et nous reprenons alors les généralités qui préoccupèrent tant Cayley et Halphen.

Les *formules de Cayley* sont, pour les singularités des courbes gauches, ce que sont les formules de Plücker pour les singularités des courbes planes.

Quant à l'étude générale de ces points singuliers, elle s'appuie sur la représentation de la courbe au moyen des surfaces $z\chi(x, y) = \psi(x, y)$ dont il a été question au début, c'est-à-dire des surfaces *monoïdes* de Cayley.

C'est ici notamment que M. de Montessus a fait une exposition fort originale et novatrice. L'obtention des monoïdes repose sur une élimination dont le résultat peut dépendre d'un polynôme arbitraire, d'où diverses formes possibles pour la surface monoïde. La question d'algèbre a été précisée à nouveau par un théorème élégant et très général qui appartient à l'auteur.

Le rédacteur termine par une courte note où il montre que certaines quartiques unicursales se divisent en deux sous-groupes qui s'accrochent symétriquement de la représentation paramétrique, l'un par les fonctions circulaires, l'autre par les fonctions hyperboliques.

C'est ici l'occasion d'attirer l'attention sur ce jeune rédacteur qui montrait une vive intelligence mathématique, à qui l'on avait confié la classe de Mathématiques spéciales du Lycée de Montpellier vers le début de 1919 et qui, hélas, devait mourir peu après. Il était fils du professeur bien connu attaché à la Faculté des Sciences de Nancy. Le fait d'avoir contribué à publier l'œuvre si remarquable de M. de Montessus lui assurera au moins un de ces souvenirs que la Science accorde aux travailleurs désintéressés.

A. BUHL (Toulouse).

Sir J.-J. THOMSON. — **La théorie atomique.** Traduction de Ch. MOUREU. — 1 petit vol. in-12° de vi-58 p., 4 fr. 80; Gauthier-Villars, Paris, 1919.

Le titre de ces pages passionnantes aurait pu donner à penser, il y a quelques dizaines d'années, qu'elles ne s'adressaient point aux mathématiciens. Il en est tout autrement aujourd'hui. Il s'agit des théories relatives à la structure corpusculaire de l'atome et l'on sait que l'étude de la dynamique de tels systèmes corpusculaires force à réexaminer tous les principes de la mécanique et à concevoir, de manière nouvelle, la dynamique ordinaire.

L'atome apparaît comme un système planétaire avec des électrons satellites sur lesquels il est extrêmement difficile d'expérimenter; pour arracher ces corpuscules si ténus à leurs orbites, il faut, en général, des forces immenses. Heureusement on peut demander ces forces aux atomes qui se désagrègent d'eux-mêmes dans les substances radio-actives, aux bombardements cathodiques, ... bref aux agents de désagrégation qui, paraît-il, existent dans tous les milieux et qui, convenablement excités, entraînent à la dissolution les congénères du caractère le plus stable.

Sir J.-J. Thomson est très optimiste quant à sa manière d'envisager l'avenir de la question. Il ne nous annonce pas encore une méthode générale de transformation de l'atome qui serait la transmutation d'un élément quelconque en un autre. Peut-être finira-t-on ainsi, mais il n'est pas indiqué de chercher à commencer par là.

Soyons heureux, pour le moment, de constater que nous savons déjà beaucoup de choses sur l'atome, sur ses couches les plus superficielles et qu'il est fort naturel de connaître d'abord celles-ci.

Nous connaissons aussi beaucoup de choses sur les mouvements corpusculaires et, merveille, ceux-ci ont pu être rendus visibles dans une atmosphère sursaturée de vapeur d'eau, car, lorsque des électrons se produisent dans une telle atmosphère, l'eau se condense exclusivement sur eux. Et l'on a de légers semis de perles qu'on peut étudier à loisir!

Comme le dit M. Charles Moureu, l'éminent traducteur, on ne peut lire quelques lignes sur de tels sujets sans dévorer le volume du coup.

Félicitons-nous donc de cette traduction si forcément compréhensive et exacte de par la personnalité de celui qui l'a entreprise.

Ajoutons qu'un problème moral a été poursuivi parallèlement à l'œuvre de propagande scientifique. Sir J.-J. Thomson voulait laisser le bénéfice matériel produit par la vente de l'œuvre, à la Croix-Rouge française,