

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 20 (1918)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: BIBLIOGRAPHIE

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BIBLIOGRAPHIE

Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année 1918. — 1 vol. in-16 de x-870 p. avec 33 fig., 5 cartes célestes, 3 planches magnétiques et 1 portrait ; 2 fr. net, franco 2 fr. 35 ; Gauthier-Villars & Co, Paris.

Cet excellent Recueil renferme cette année, après les documents astronomiques, des tableaux relatifs à la métrologie, aux monnaies, aux heures légales, à la météorologie, à la réfraction astronomique, au magnétisme terrestre, aux données physiques et chimiques.

Cet Ouvrage ne se trouvera pas seulement sur la table du technicien, du physicien, du mathématicien ; chacun voudra le consulter pour avoir sous les yeux la liste des constantes usuelles, et aussi pour lire les intéressantes Notices de cette année : *Les cadrans solaires*, par G. BIGOURDAN ; *Le calendrier égyptien*, par G. BIGOURDAN ; *L'heure en mer*, par J. RENAUD ; *Le Soleil et le magnétisme terrestre*, par M. HAMY ; *La vie et l'œuvre de Gaston Darboux*, par Emile PICARD. Le *Supplément* qui donne le *Calendrier pour l'année 1919* sera vivement apprécié également de nombre de lecteurs.

R. FUETER. — **Synthetische Zahlentheorie.** — 1 vol. in-8°, VIII-271 p. ; G. J. Göschen, Leipzig, 1917.

La théorie des nombres est peut-être de toutes les disciplines mathématiques, celle dans laquelle les traités à l'usage des étudiants ont le moins été renouvelés par les progrès de la théorie. Un véritable fossé y existe entre la plupart des traités dits élémentaires et les ouvrages qui traitent des parties élevées de la théorie. Aussi, beaucoup d'étudiants, de mathématiciens même, n'apercevant dans les parties élémentaires qu'un agglomérat de théorèmes non sans beauté, il est vrai, croient la théorie des nombres inorganique, sans méthodes ou notions générales et de ce fait n'en abordent guère les parties supérieures.

Montrer que la théorie des nombres est un tout organique, que sa tâche est de construire des domaines de nombres algébriques (corps, modules, idéaux, rayons, etc.), de les relier entre eux par le calcul, d'en étudier les relations et les actions réciproques est le but de la théorie *synthétique* de M. Fueter. Synthétique ne s'oppose donc pas ici à analytique, mais veut exprimer la tendance du livre à montrer l'unité de la théorie des nombres dans toutes ses parties, élémentaire et supérieure. En vertu de cette conception, M. Fueter introduit déjà les domaines de nombres dans le corps des nombres rationnels et il développe les éléments de telle manière que les mêmes concepts et les mêmes méthodes se retrouvent dans tout le livre.

Limité par les conditions de la collection dans laquelle paraît ce livre,

M. Fueter a cru préférable de renoncer à exposer la théorie générale des corps algébriques, mais d'exposer par contre, le plus complètement possible la théorie des corps des racines l^{mes} de l'unité. Ces corps sont en effet ceux dont la nature est la plus simple et c'est en eux qu'éclate le mieux l'harmonie et la belle ordonnance de la théorie.

Voici d'ailleurs la table des matières.

Introduction, p. 1-3. — Chapitre I. Domaines de nombres rationnels, p. 4-34. Les opérations fondamentales. Le module. Multiplication et division des modules et des idéaux. Décomposition univoque des idéaux. Idéaux premiers. Le rayon. Répartition en classes d'idéaux. Les congruences. — Chapitre II. Le guide d'un idéal premier, p. 35-67. Nombre des classes. Notions fondamentales sur la théorie des groupes. Le groupe des classes d'idéaux, théorème de Fermat. Nombres primitifs, calcul des indices. Restes quadratiques. — Chapitre III. Les racines l^{mes} de l'unité, p. 68-96. La fonction exponentielle. Les racines de l'unité. Représentation géométrique et théorie algébrique des racines de l'unité. Le corps des racines l^{mes} de l'unité. La base et le nombre entier. — Chapitre IV. La théorie des corps de racines l^{mes} de l'unité, p. 97-132. Le module. L'idéal. Décomposition univoque des idéaux, idéaux premiers. Rayon, congruence, classe. — Chapitre V. La recherche des idéaux premiers, p. 133-162. Généralités. Les nombres premiers $p \neq l$. Recherche des idéaux premiers de $p \neq l$. Le nombre premier l . — Chapitre VI. Les unités, p. 163-186. Théorèmes sur les unités. Unités indépendantes. Le système des unités indépendantes. Les unités fondamentales. — Chapitre VII. Le calcul du nombre des classes, p. 187-209. La fonction ζ . La fonction ζ généralisée. La racine $(l-1)^{\text{me}}$ de l'unité. Le calcul de $\zeta_K(x)$. Simplification et transformation. Le nombre des classes. — Chapitre VIII. Les lois de réciprocité, p. 223-257. Position du problème. Sous-groupe et sous-corps, qui appartiennent à l . Le calcul de $K_2(l_1)$ et de $K_3(l_1)$. Les lois de décomposition dans $K_2(l_1)$, loi de réciprocité quadratique. Les lois de décomposition dans $K_3(l_1)$. Loi de réciprocité cubique.

Je ne puis m'étendre ici sur l'ordonnance du livre et le soin apporté à rendre claires et précises les notions fondamentales de la théorie des nombres, à illustrer le livre de remarques historiques intéressantes. Le livre de M. Fueter se lit aisément, le texte en est clair, concis sans obscurité, la disposition typographique excellente. Il est de plus facile à consulter grâce aux nombreuses tables qui le précèdent et le suivent. Nos étudiants trouveront en lui un guide qui leur fera voir l'harmonie et l'ordre qui règnent dans la théorie des nombres.

M. PLANCHEREL (Fribourg).

J.-G. GALÉ. — **Matemáticas Financieras**, primera parte; Intereses y anualidades ciertas. — 1 vol. in-8° de 231 p.; A. G. Santos, Buenos-Aires, 1916.

Ce traité de mathématiques financières est en quelque sorte le premier volume d'une nouvelle édition de « l'Algèbre financière » du même auteur, parue en 1910. Cette nouvelle édition est notablement augmentée et développée afin de satisfaire aux exigences actuelles. Il se trouve en effet que grâce à la création d'une Faculté des Sciences économiques, cette étude a pris, dans la République Argentine, un nouvel essor.

Ce volume est consacré aux notions générales relatives à l'intérêt, à l'es-

compte et aux annuités certaines. Les questions concernant plus spécialement les calculs dépendant d'événements aléatoires, tels que l'assurance sur la vie humaine, feront ultérieurement l'objet d'une seconde partie. L'auteur a suivi, dans cet ouvrage, le plan assez généralement adopté pour ce genre d'études. Premièrement l'intérêt simple et composé et l'escompte. Deuxièmement les annuités certaines, soit les annuités de placement, commencement ou fin de périodes, avec intérêt simple et composé et comparaison des deux méthodes; les amortissements, les annuités temporaires, différées et anticipées; les rentes perpétuelles; les annuités variables; enfin les emprunts par obligations à lots et sans lots. Un appendice d'une quinzaine de pages donne aussi les premiers éléments du calcul des probabilités et des notions sommaires de calcul des différences finies.

Les notations employées sont celles des actuaires anglais. Ce livre est appelé à rendre service tout spécialement aux débutants, car les sujets y sont présentés avec clarté et simplicité, mais sans grands développements. Ils n'exigent pas du lecteur des connaissances mathématiques très étendues et de plus sont accompagnés d'applications numériques propres à les concrétiser.

R. MASSON (Paris).

Alfred PRINGSHEIM. — **Vorlesungen über Zahlen- und Funktionenlehre** (Reelle und komplexe Zahlen, unendliche Algorithmen). Erster Band, Zweite Abteilung; *Unendliche Reihen mit reellen Gliedern*. — 1 vol. gr. in-8°, 222 p.; 12 M. 40; B. G. Teubner, Leipzig.

Le fascicule II des Leçons de M. Pringsheim est entièrement consacré à la *théorie des séries à termes réels* dont il fournit une étude très approfondie. Après avoir examiné avec soin les conditions nécessaires et suffisantes pour la convergence et la divergence des séries et de l'extension aux séries de la notion de limite d'après Cauchy, l'auteur étudie d'abord les séries à termes positifs d'après le principe de la comparaison des séries. Il passe ensuite en revue les différents critères de convergence qu'il établit sur des principes tout à fait généraux. Puis viennent les séries à termes positifs et négatifs, leur convergence absolue, les séries semi-convergentes, le calcul numérique et la transformation des séries. Un dernier chapitre traite des séries à double entrée et de leur application à la multiplication des séries.

Cet ouvrage constitue une excellente introduction à la théorie des fonctions d'une variable réelle.

H. F.

L. SELME. — **Principe de Carnot contre formule empirique de Clausius**. — 1 vol. p. in-8°, 148 p., 4 fr. 50; H. Dunod et E. Pinat, Paris, 1917.

Pour tout système physique, quelle que soit sa constitution, il existe une fonction de l'état du système, appelée entropie, dont la valeur, si le système est isolé, c'est-à-dire complètement séparé du reste de l'univers, ne peut être diminuée d'aucune façon. Voici le contenu simple et clair de la formule empirique de Clausius. Il n'y a pas lieu de l'opposer au principe de Carnot dont elle interprète admirablement bien la signification mathématique. Nous ne pouvons donc approuver le titre choisi par M. Selme pour son essai sur la thermodynamique. Les deux principes en question sont absolument équivalents en ce qui concerne les phénomènes observables.

Quant à la signification profonde et hypothétique du principe de Carnot, il

est impossible de le ramener aux équations de la mécanique, si l'on admet l'existence réelle des transformations irréversibles. Citons à ce propos l'opinion émise par H. Poincaré à la fin de son traité de thermodynamique :

« Toutes les tentatives de cette nature doivent être abandonnées; les seules qui aient quelque chance de succès sont celles qui sont fondées sur l'intervention des lois statistiques, comme, par exemple, la théorie cinétique des gaz. »

M. Selme tend à tourner la difficulté en niant la réalité des phénomènes irréversibles. Cette manière de voir étant en contradiction manifeste avec l'expérience journalière et immédiate, l'artifice ne donne aucune satisfaction. On ne peut en effet se contenter, dans cette question, des raisonnements généraux mais on doit demander des preuves ou, à défaut de preuves, des modèles mécaniques impossibles à fournir, comme nous avons vu plus haut.

Malgré ces objections de forme et de fond, nous avons lu avec beaucoup d'intérêt l'ouvrage de M. Selme, et nous y avons trouvé à côté d'erreurs manifestes, beaucoup de vues justes et d'idées saisissantes. L'auteur, en se proposant d'amener de la clarté sur certaines questions, simples en apparence, qu'on traite généralement d'une façon fort embrouillée, y a réussi dans beaucoup de cas. C'est dire que son livre mérite d'être lu et qu'il sera lu avec profit.

A. SCHIDLOF (Genève).

G. VIVANTI. — **Nuovi Esercizi di Analisi infinitesimale** tratti dalle Matematiche applicate. — 1 vol. gr. in-8°, 520 p.; 20 liras; Mattei & Co, Pavie.

Nous avons déjà eu l'occasion de signaler les *Lezioni di Analisi infinitesimale* et les *Esercizi di Analisi* publiés par M. Vivanti. Ce nouveau recueil d'Exercices vient compléter ces ouvrages en tenant plus spécialement compte des besoins de l'enseignement technique supérieur et des cours de mathématiques générales destinés aux physiciens et aux chimistes. Il est donc appelé à rendre de grands services à une catégorie toujours plus nombreuse d'étudiants, et il sera tout particulièrement bien accueilli par ceux qui sont chargés de l'enseignement pratique des mathématiques supérieures.

Les problèmes, au nombre de 300, appartiennent aux domaines les plus variés. L'auteur les a groupés par branches dans l'ordre suivant :

Cinématique. — Statique. — Théorie du potentiel. — Dynamique. — Hydromécanique et Hydraulique. — Physique. — Chimie physique et thermodynamique. — Technique. — Astronomie et Géodésie. — Calcul des probabilités, économie et statistique. — Problèmes divers.

Un indice systématique donne un groupement des problèmes suivant les propriétés mathématiques sur lesquelles s'appuie leur résolution.

Un indice des termes techniques familiarise l'étudiant avec les principaux termes qui interviennent dans les problèmes de ce recueil.

H. F.

A. N. WHITEHEAD. — **The Organisation of Thought**. — 1 vol. cart. in-8°; VII-228 p.; 6 £; Williams and Norgate, Londres, 1917.

Au premier abord ce volume semble être d'un contenu disparate. Les chapitres qui le composent, à l'exception du dernier, ne sont pas autre chose que des discours, présidentiels pour la plupart, dont le sujet est adapté à des circonstances spéciales et dont voici les titres :

I. Buts de l'éducation ; un plan de réforme. — II. Education technique ; ses rapports avec la science et la littérature. — III. Une école polytechnique pendant la guerre. — IV. Le cycle des études mathématiques. — V. Les principes des mathématiques ; leurs rapports avec l'enseignement élémentaire. — VI. L'organisation de la pensée. — VII. Analyse de quelques idées scientifiques. — VIII. Espace, temps et relativité.

A les lire cependant, ces études si riches donnent malgré leur diversité une impression une et forte qui tient à la personnalité de leur auteur. M. Whitehead est non seulement un savant distingué dont les travaux sur la logique sont universellement connus et appréciés ; mais c'est un homme à l'esprit et au cœur largement ouverts, qui comprend d'une façon remarquable les besoins à la fois simples et complexes de l'âme enfantine.

Aussi le petit volume que nous analysons est-il rempli de réflexions générales du plus haut intérêt et dont la valeur pédagogique est incontestable.

Le maître doit adapter son enseignement aux besoins de l'enfant et non l'inverse. « Un maître d'école est en fait un missionnaire ; les sauvages ce sont « les idées qui règnent dans l'esprit de l'enfant ; le missionnaire manquerait à sa tâche principale s'il craignait d'exposer son corps aux attaques des cannibales » (p. 102).

Dans cette lutte du maître avec l'élève, deux commandements essentiels doivent être observés : « Ne pas enseigner trop de choses et ce que l'on enseigne, l'enseigner à fond » (p. 3). Il faut en outre proscrire impitoyablement les idées inertes, c'est-à-dire les idées qui sont reçues d'une manière passive par l'âme de l'enfant, sans pouvoir être utilisées, ou prouvées, ou introduites dans de nouvelles combinaisons » (p. 4).

Le travail enfin doit être une joie pour le maître comme pour l'élève ; sans joie, pas de travail véritable ni d'invention féconde. Le proverbe selon lequel « la nécessité est la mère de l'invention » est faux, car la découverte scientifique a toujours sa source dans l'exercice joyeux de la curiosité scientifique (p. 32).

Quant à l'instruction proprement dite, on peut la concevoir sous trois types différents : littéraire, scientifique, technique. Chacun d'eux a sa place marquée dans le développement de la civilisation, à condition de ne pas être exclusif. En particulier l'éducation technique bien comprise a pour le développement de l'esprit une importance plus grande qu'on ne le croit généralement. Il y a une coordination incessante entre la pensée et la sensation ; leur activité mutuelle se conditionne constamment. Dans l'ajustement de la pensée au réel la main joue un rôle de premier ordre et c'est une question de savoir si la main de l'homme a créé son cerveau, ou bien l'inverse (p. 42).

Ce qui précède suffit à montrer dans quel esprit M. Whitehead aborde le grave problème concernant l'éducation mathématique.

Il faut en soumettre la matière à une rigoureuse sélection toujours adaptée au but poursuivi (p. 72) ; il faut pour cela s'en tenir aux lois principales et aux théorèmes essentiels.

L'enseignement des mathématiques a pour premier but d'apprendre aux enfants par la pratique le maniement des idées abstraites et le pouvoir de déduction logique. Mais c'est à l'expérience de fixer dans chaque cas donné le degré d'abstraction et de déduction dont l'esprit de l'élève est capable. Par suite, il faut souvent renoncer à prouver tout ce qui logiquement pour-

rait l'être ; il faut se borner à faire comprendre par des exercices appropriés des propositions dont la démonstration trop délicate surchargerait inutilement le cerveau de l'enfant.

En géométrie par exemple, l'on insistera sur l'idée de congruence en montrant qu'elle se ramène à une corrélation point par point ; on insistera également sur l'idée de *similarité* comme étant une extension de la première. L'on passera ensuite à l'étude de la trigonométrie qui permet d'introduire l'idée de *périodicité* (p. 84 et sq).

C'est dans le même esprit que l'on traitera la géométrie analytique, l'algèbre et les éléments du calcul différentiel et intégral. Nous ne pouvons analyser ici le programme à la fois rigoureux et clair que M. Whitehead trace de l'enseignement de ces branches, ni mentionner les conseils judicieux et expérimentés qu'il donne à ce propos.

Les pages consacrées aux rapports de la logique et des mathématiques nous paraissent toutefois mériter une mention spéciale, tant elles sont suggestives et originales.

Dans l'étude de ces rapports on peut, nous dit M. Whitehead, distinguer quatre sections : Arithmétique, algébrique, fonctions générales, analytique (p. 116 et sq).

La 1^{re} section en effet traite du rapport des propositions entre elles exactement comme l'*arithmétique* traite des nombres définis. Soit un agrégat de propositions données, p, q, r, s , etc., dont quelques-unes sont posées comme vraies ou fausses ; le problème consiste à établir par le moyen de ces dernières la vérité et la fausseté de toutes les autres.

La 2^{me} section ou section algébrique comprend des opérations qui offrent avec l'*algèbre* une analogie frappante. Comme on le sait, l'algèbre remplace les nombres par des lettres (variables ou paramètres) et s'attache surtout à l'étude des formes. La fonction propositionnelle introduite en logique par M. Russell tend au même but. Par exemple « la chaleur spécifique de x est de 0,033 » est une fonction propositionnelle à une seule variable. Parmi les valeurs que l'on peut substituer à x les unes transforment la fonction propositionnelle en des propositions dépourvues de sens, telles que : « la chaleur spécifique de la vertu est de 0,033 ». Mais il en est d'autres qui aboutissent à des propositions vraies ou fausses. Leur ensemble constitue le type de l'argument x . Enfin la série de valeurs (et celle-là seulement) pour lesquelles $f(x)$ devient une proposition vraie se nomme une classe. Par exemple, la classe des corps tels que le mercure dont la chaleur spécifique est 0,033.

Les mêmes raisonnements s'appliquent aux fonctions propositionnelles à 2, 3, etc., variables.

La troisième section de la logique est constituée par la théorie des *fonctions générales*. Elle s'occupe du passage de l'intensivité à l'extension ainsi que du problème de la dénotation, et voici comment. Il peut arriver que la même série de valeurs satisfasse à deux et même plusieurs fonctions propositionnelles à une variable. Ces valeurs, comme nous l'avons vu, constituent une classe. Il est donc nécessaire de caractériser cette dernière pour elle-même et indépendamment des circonstances particulières par lesquelles elle peut être obtenue.

D'une façon analogue, mais plus compliquée, certains problèmes concernant les fonctions propositionnelles à 2 variables impliquent la notion de « corrélation » exactement comme les fonctions d'un argument impliquent

des classes. Lorsqu'il y a trois variables, la corrélation est triangulaire et ainsi de suite.

Les idées mises en lumière dans cette troisième section logique sont essentielles à la construction des fonctions logiques « dénotantes » qui renferment comme cas spécial les fonctions mathématiques élémentaires (sinus, logarithme, etc.) et c'est pourquoi cette section est appelée théorie de fonctions.

La section *analytique* enfin recherche les propriétés des constructions logiques spéciales, c'est-à-dire, des classes et des corrélations d'un genre spécial. L'ensemble des mathématiques, ni plus ni moins, y est renfermé, mais en tant qu'il comporte des idées qui jusqu'alors n'y avaient pas été rattachées. Il est impossible d'expliquer même brièvement comment les mathématiques se développent par construction au moyen des concepts de classe, de corrélation simple et multiple qui ont été établies dans la troisième section.

Il est d'autres sujets non moins délicats que M. Whitehead aborde et qu'il éclaire d'un jour nouveau, en particulier les problèmes relatifs au temps, à l'espace et à la relativité. Nous ne pouvons que rappeler la maîtrise et la perspicacité avec lesquelles M. Whitehead les traite.

Il serait en tout cas à désirer que son ouvrage fût traduit en langue française. Par sa concision, par la clarté et la largeur de ses vues, par la variété même des questions qu'il aborde, il rendrait des services importants à tous ceux que préoccupe le problème d'une éducation qui, sans rien sacrifier aux exigences d'une pensée rigoureuse, serait cependant adaptée à l'âme de l'enfant et aux besoins si multiples de la vie moderne.

Arnold REYMOND, Université de Neuchâtel (Suisse).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Publications périodiques :

Acta mathematica, rédigé par G. MITTAG-LEFFLER, Stockholm. — T. 41, fasc. 1 et 2. — A. WIMAN: Ueber den Zusammenhang zwischen dem Maximalbetrage einer analytischen Funktion und dem grössten Betrage bei gegebenem Argumente der Funktion. — Jean CHAZY: Sur la limitation du degré des coefficients des équations différentielles algébriques à points critiques fixes. — Fr. RIESZ: Ueber lineare Funktionalgleichungen. — G. POLYA: Ueber die Potenzreihen, deren Konvergenzkreis natürliche Grenze ist. — G. H. HARDY and J. E. LITTLEWOOD: Contributions to the theory of the Riemann Zeta-function and the theory of the distribution of primes.

American Journal of Mathematics. Volume XXXIX, Nos 3 et 4. — T. COHEN: A Comitant Curve of the Plane Quartic. — W. C. GRAUNSTEIN: On two Related Transformations of Space Curves. — P. R. RIDER: The Space Problem of the Calculus of Variations in Terms of Angle. — S.