

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 20 (1918)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Maurice d'Ocagne. — Cours de Géométrie pure et appliquée de l'Ecole Polytechnique.— Tome II : Cinématique appliquée. Stéréotomie. Statique graphique. Calcul graphique. Calcul grapho-mécanique. Nomographie. — 1 vol. gr. in-8^o de 364 pages; 18 fr. ; Paris, Gauthier-Villars, 1918.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

tant moins contestable qu'on peut, toujours et encore, l'appuyer sur de remarquables constructions géométriques.

Je ne ferai que signaler les moteurs hydrauliques roues et turbines, rappelant que la turbine est peut-être due à Euler et présente aussi sa curieuse géométrie. Le bélier hydraulique, utilisant la surpression du coup de bélier, est vraiment un appareil étonnant et même de première apparence paradoxal; M. Lecornu lui consacre un schème très simple.

Quant aux moteurs thermiques je serai également bref, signalant surtout le cas de la combustion interne qui nous a valu l'automobile, le sous-marin (moteur Diesel) et l'avion. Et justement des notions d'aviation terminent ce bel et grand ouvrage; j'y relève la question de la stabilité automatique dédaignée par les pilotes mais non par les techniciens justement excités par la difficulté du problème.

Peu importe quelques citations de plus; le troisième volume de M. Lecornu termine magnifiquement un Cours de Mécanique qui doit pouvoir atteindre à toutes les applications et qui y atteint effectivement par la combinaison la plus sûre des formules rationnelles et des tracés expérimentaux; non sans l'intuition profonde, et toujours exprimée avec le maximum d'élégance, de la géométrie et de la physique des faits.

Encore un beau guide pour les jeunes qui demain reconstruiront la France.

A. BUHL (Toulouse)

MAURICE d'OCAGNE. — **Cours de Géométrie pure et appliquée de l'Ecole Polytechnique.** — Tome II: Cinématique appliquée. Stéréotomie. Statique graphique. Calcul graphique. Calcul grapho-mécanique. Nomographie. — 1 vol. gr. in-8° de 364 pages; 18 fr.; Paris, Gauthier-Villars, 1918.

L'Enseignement mathématique, dans le présent volume (p. 30), a consacré un article de fond à deux grands traités de géométrie, publiés à la même époque et destinés à faire grande sensation dans l'enseignement; l'un était dû à Gaston Darboux, l'autre à M. d'Ocagne, dont l'œuvre s'achève aujourd'hui en un second volume complétant surtout le premier au point de vue des applications.

Ce tome II débute par la Cinématique appliquée; le souci d'être méthodique et moderne s'y révèle de prime abord, ne serait-ce qu'en ne traitant des divers transformateurs de mouvement qu'après un rappel d'une classification générale des mécanismes due à M. G. Kœnigs. Je me permets de passer sur les divers types d'engrenages, mais je note les élégances propres aux trains épicycloïdaux susceptibles notamment d'associer des rotations très différentes sans que la cause de cette différence soit immédiatement apparente (paradoxe de Fergusson). Les transformateurs de rotations à vitesses variables nous font retrouver des courbes roulanges quelconques, mais avec constructions intermédiaires particulières au sujet; on construit les profils roulanges en partant de courbes dont les abscisses doivent s'enrouler sur des circonférences, ce qui est l'occasion de faire usage d'une construction approchée concernant la quadrature du cercle.

Toutefois le plus grand intérêt apparaît avec les transformateurs géométriques. Les plus simples sont des quadrilatères, dont un côté est invariable, ou *trois-barres*; on peut leur rattacher le transformateur de Watt donnant la courbe à longue inflexion, c'est-à-dire la solution *approchée* de la transformation *sans guidage* du mouvement circulaire en mouvement

rectiligne. Il est fort intéressant de constater que cette *approximation* peut être perfectionnée par divers et même par une infinité de dispositifs jusqu'à ce que l'on aboutisse à la solution rigoureuse du problème, donnée par les inverseurs. Et comme un point d'un segment glissant, par ses extrémités, sur deux droites décrit une ellipse, le fait de savoir passer du mouvement circulaire au mouvement rectiligne entraîne que l'on sait passer aussi au mouvement elliptique de l'ellipsographe de Hart. Les systèmes articulés gauches ont pour application des plus remarquables la description du plan, ceci par la combinaison de résultats dus à G. Darboux et à M. G. Kœnigs.

La *cinématique graphique* de M. d'Ocagne, qui codifie divers procédés de l'ingénieur Marbec et des professeurs Perry et Smith, ressemble, en effet, étonnamment à la statique graphique. Les vitesses de différents points d'un même transformateur s'assemblent en équipollences d'une simplicité inattendue; on a ainsi des *cinémes* dits du premier ordre quant aux vitesses et du second ordre quant aux accélérations. Et l'on peut se convaincre de la simplicité de ces constructions en les appliquant aux transformateurs précédemment rencontrés, notamment à l'inverseur Peaucellier.

Je serai bref en parlant de la Stéréotomie, faute de compétence suffisante. J'y aperçois toutefois de jolies épures représentant généralement des voûtes dont certaines sont de remarquables surfaces réglées sous lesquelles un géomètre aurait grand tort de passer sans lever la tête. Même le fait de ne pas s'occuper effectivement d'architecture n'excuse pas l'indifférence vis-à-vis de surfaces si parfaitement matérialisées et notamment d'arrière-voûtures non moins intéressantes pour l'analyste que pour l'architecte. D'ailleurs, le cours effectivement professé par M. d'Ocagne ne comprend que deux leçons de Stéréotomie; c'est seulement pour laisser le champ libre au choix de beaux exemples (renouvelés, d'une année à l'autre, à l'amphithéâtre) qu'il a donné à ces leçons un développement relativement considérable.

La Statique graphique est une géométrie des contours polygonaux; deux contours principaux, le *dynamique* et le *funiculaire*, que je n'ai point à définir ici, ont des aspects ou des positions diverses de par le choix arbitraire d'un pôle; mais, au travers de ces diversités, il est aisé de reconnaître de curieuses propriétés d'invariance interprétables d'ailleurs au moyen de considérations spatiales dépendant d'un complexe linéaire. C'est un nouveau rapprochement des plus intéressants entre la statique et la géométrie cinématique qui, comme on l'a vu dans le tome I, est vivement éclairée par l'introduction de tels complexes.

Une des principales applications de la Statique graphique consiste en l'étude de l'équilibre des systèmes réticulaires, qui sont, en somme, des systèmes polygonaux matérialisés. Et l'on conçoit aisément tout ce qu'il peut y avoir de relations directes ou réciproques entre les segments matériels qui composent de tels systèmes et les segments, plus fictifs, qui représentent les forces ou les moments des forces y appliqués. C'est ce que montre M. d'Ocagne, toujours avec les ressources générales de la géométrie des ensembles de droites.

Le calcul graphique procède de l'idée de construction géométrique; appliqué d'abord aux équations algébriques, il donne aussi une géométrie des contours polygonaux qui, pour les équations uniques de degré quelconque, sont notamment des *orthogones* qu'on peut tracer sur un transparent à orienter sur un quadrillage fixe. L'intégration graphique rappelle, à l'inverse, les adjointes infinitésimales dont M. d'Ocagne nous a entretenus dans une Note

terminant son premier volume ; dans les deux cas on associe, par exemple, les tangentes d'une courbe C_1 aux ordonnées d'une C_0 et, s'il s'agit d'intégration, il faut évidemment passer de C_0 à C_1 . Les différentes constructions des C_1 , en partant des C_0 amplifient, de manière très méthodique, diverses formules de quadrature connues depuis fort longtemps mais introduites dans l'Analyse de façons assez disparates. Les C_1 correspondent à une C_0 unique par le choix arbitraire d'un *pôle* ; ces C_1 sont alors liées comme les polygones funiculaires qui dépendent d'un choix arbitraire absolument analogue ; on voit, à nouveau, les remarquables analogies qui s'établissent entre des sujets qui jusqu'ici ont été plutôt traités en des ouvrages séparés, mais qu'un géomètre habile devait réunir dès qu'il lui était permis de s'affranchir des soucis immédiats de telle ou telle spécialisation. Ajoutons qu'après les quadratures proprement dites, on peut étendre la notion d'intégration graphique aux équations différentielles et que certaines méthodes peuvent être considérées comme la traduction du procédé d'approximations successives dû à M. Émile Picard. Nouvel aperçu synthétique qui n'est pas à dédaigner pour arriver, par une voie géométrique, à la théorie analytique de ces approximations.

Le calcul grapho-mécanique, comme son nom l'indique, mécanise le calcul graphique. Son but principal est l'intégration et plus particulièrement l'évaluation d'aires ou de moments attachés à de certains contours fermés ; ses instruments principaux sont les planimètres. En général, les mécanismes de ces appareils sont étonnamment simples et peuvent aboutir au planimètre-hachette qui n'a pas de mécanisme du tout ; c'est un compas invariable portant un petit fer de hachette qui, appuyé sur le papier, décrit un arc pendant que l'autre pointe décrit le contour d'une aire à évaluer. Viennent ensuite les analyseurs harmoniques qui calculent les coefficients d'une série de Fourier.

Les *intégraphes* tracent les courbes C_1 de la section précédente et peuvent aussi intégrer les équations différentielles même lorsqu'elles ne rentrent pas, comme l'équation générale de Riccati, dans les types élémentairement intégrables. On peut en dire autant pour l'équation du mouvement des projectiles dans l'air et même pour les très modernes équations intégrales dont M. d'Ocagne traite un cas emprunté au type de Volterra. Notons encore les intégraphes polaires avantageux pour les intégrales renfermant des fonctions trigonométriques et notamment pour l'intégrale elliptique de première espèce mise sous la forme normale de Legendre.

Passons maintenant à la Nomographie, qui, représentée dans le passé par quelques abaques isolés, doit son développement systématique à M. d'Ocagne lui-même. Il semble qu'ici l'auteur se soit plutôt astreint à comprimer sa pensée pour ne pas donner à ses propres travaux une plus grande place qu'aux précédentes disciplines géométriques ; c'est sans s'éloigner des généralités géométriques qu'il nous présente la science des nomogrammes. Un nomogramme est un tableau graphique où on lit des résultats provenant de données variables ; il est au calcul graphique ce que la table numérique est à l'opération arithmétique isolée. Tout calcul suppose au moins deux nombres et un résultat ; le nomogramme le plus simple suppose trois systèmes de lignes dont on recherche les entrecroisements ponctuels, généralement interpolables à vue. Il importe évidemment beaucoup que ces lignes ne soient pas absolument quelconques ; on peut même espérer se tirer d'affaire, dans beaucoup de cas, rien qu'avec des droites ou des cercles ; de là l'importante notion de la transformation ou *anamorphose* des nomogrammes. Mais le

nomogramme à entrecroisement peut avoir divers inconvénients résultant de sa trop grande densité en certaines régions ; une transformation dualistique le transformera alors en nomogramme à alignement sur lequel on sera ramené à la recherche de points alignés, et cette transformation présentera, en outre, le très grand intérêt de permettre de constituer des monogrammes à plus de trois entrées, ce qui est un fait capital pour les applications. Il y a là quelques idées immédiatement séduisantes par leur généralité et leur simplicité ; je craindrais de les gâter en essayant de plus longues descriptions ; elles intéressent d'ailleurs le géomètre pur autant que le praticien.

M. d'Ocagne les applique à la résolution des triangles sphériques en s'astreignant d'ailleurs à traiter des cas couramment imposés par l'astronomie ; c'est vraiment la table graphique à la disposition de la science qui utilise le plus de tables ; celles qui en utilisent moins pourront *a fortiori* songer aux nomogrammes qui leur seraient le plus avantageux. L'Ouvrage se termine par un nouvel appendice qui ajoute quatre notes du plus haut intérêt aux cinq déjà publiées à la fin du tome premier.

La *Description mécanique des courbes algébriques quelconques*, découverte par le géomètre anglais Kempe, a été étendue aux surfaces algébriques par M. G. Kœnigs ; on envisage ainsi, évidemment, la généralité maximum des systèmes articulés.

La *Statique graphique des systèmes de l'espace* repose sur l'existence du complexe linéaire formé de droites de moment nul. C'est une certaine représentation plane de tels complexes, imaginée par M. Mayor, de Lausanne, qui permet maintenant de traiter sur épures des problèmes statiques spatiaux absolument quelconques.

L'*intégration grapho-mécanique de l'équation de Riccati au moyen du planimètre-hachette* donne une importance nouvelle à cet appareil d'une simplicité si singulière. On peut trouver, *par quadratures*, le contour à faire décrire à la pointe de l'appareil pour que la hachette décrive la courbe intégrale désirée. Si l'on réfléchit au rôle immense de l'équation de Riccati en géométrie, lequel se confond d'ailleurs avec celui de l'équation linéaire du second ordre, il faut convenir qu'il y a là un résultat de première importance.

Quant aux *Applications de la nomographie à l'intégration graphique*, elles s'ajoutent naturellement au précédent sujet et atteignent jusqu'à l'intégration de diverses équations différentielles du second ordre.

L'impression donnée par le premier volume de l'Ouvrage se maintient intégralement dans le second. Il s'agit bien d'un Cours de Géométrie où l'on voit toujours la technique des hauteurs de la science pure. J'ai cru relever que ce passage se faisait aussi conformément aux grandes traditions de l'École Polytechnique ; j'ai vu que des aperçus inattendus, esthétiques et profonds, étaient souvent dus à des ingénieurs, qui faisaient ainsi de la science appliquée par des moyens que le savant à l'esprit le plus abstrait ne pourrait désavouer. Bel exemple pour la jeune génération qui, hélas ! n'aura que trop à travailler dans le domaine matériel, mais à qui un tel ouvrage peut montrer que la chose est possible sans perdre de vue les lumineux sommets de la science pure.

A. BUHL (Toulouse).

A.-S. RAMSEY. — **Elementary geometrical optics.** — 1 vol. in-8°, xi-173 p., cart., 6 sh., G. Bell et Sons, London, 1914.

La partie de la physique qu'on appelle « optique géométrique » n'a rien perdu de son intérêt, même de nos jours, quoique la notion de rayon lumi-