

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 23 (1923)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DÉDUCTION GÉOMÉTRIQUE DES DÉRIVÉES SUPÉRIEURES DES FONCTIONS CIRCULAIRES $\sin x$ ET $\cos x$
Autor: Arnovljevic, J. / Petronievics, B.
Kapitel: I
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-19746>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

La première partie de cet article contient la part de la collaboration importante de M. Arnovljevic; dans la deuxième, je donne d'abord ma solution du problème résolu par M. Arnovljevic, puis la solution générale.

I

Nous allons donner d'abord la déduction géométrique des formules connues

$$\frac{d^2 \sin x}{dx^2} = -\sin x \quad \text{et} \quad \frac{d^2 \cos x}{dx^2} = \cos x .$$

Dans le cercle de rayon $\overline{OA_0} = 1$ (fig. 1), on a

$$\overline{OA} = \cos x \quad \text{et} \quad \overline{AB} = \sin x ,$$

$$\overline{BB_1} = dx , \quad \overline{C_1 B_1} = d \sin x , \quad \overline{BC_1} = -d \cos x ,$$

De $\Delta B_1 B C_1 \sim OBA$, on déduit

$$\overline{B_1 C_1} : \overline{B_1 B} = \overline{OA} : \overline{OB} \quad \text{et} \quad \overline{BC_1} : \overline{BB_1} = \overline{AB} : \overline{OB} .$$

d'où:

$$d \sin x : dx = \cos x : 1 \quad \text{et} \quad -d \cos x : dx = \sin x : 1 .$$

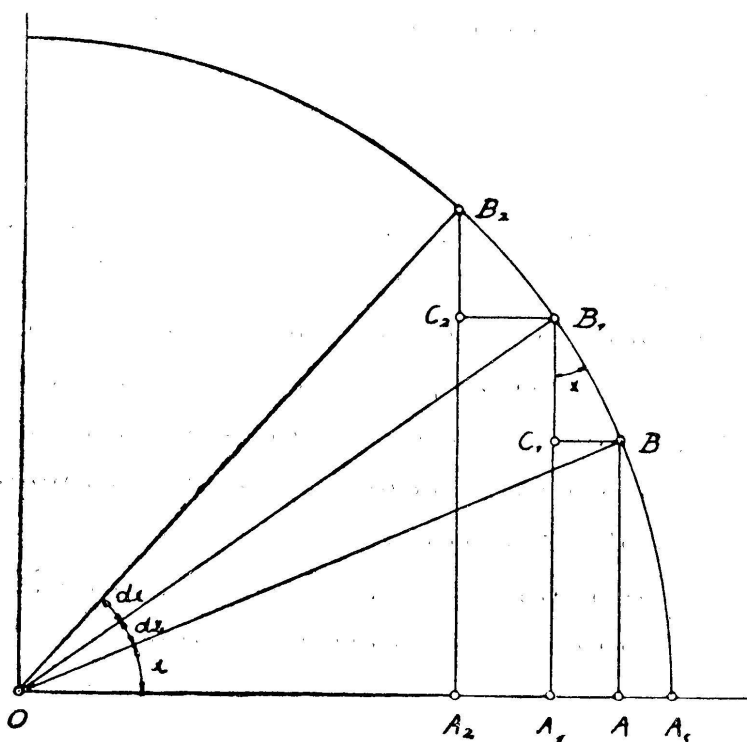


Fig 1

C'est la déduction géométrique de

$$\frac{d \sin x}{dx} = \cos x \quad \text{et} \quad \frac{d \cos x}{dx} = -\sin x .$$

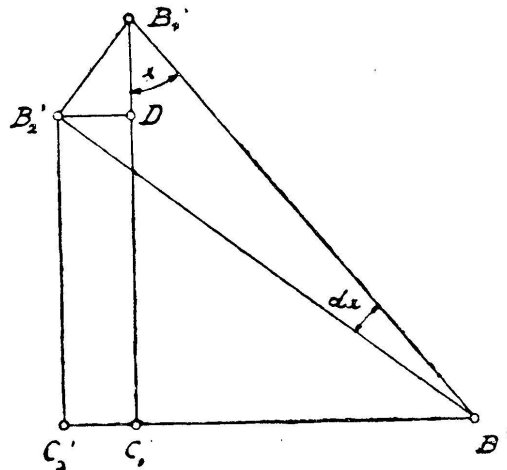


Fig 2

Dans la fig. 2, les deux triangles BB_1C_1 et $B_1B_2C_2$ de la fig. 1 ont été agrandis et tracés de telle sorte que les deux angles B et B_1 coïncident en B' et que les côtés BC_1 (resp. $B'C_1$) et B_1C_2 (resp. $B'C_2$) coïncident aussi.

Alors $B'B_1$ étant $\parallel BB_1$ et $B'B_2 \parallel B_1B_2$, on a: $\sphericalangle B_1B'B_2 = dx$; B_1B_2 étant $\parallel OB_1$ et $B_2D \perp B_1C_1$, on a: $\sphericalangle B_1B_2D = x + dx = x$; et dans le triangle B_2DB_1 on a: $\overline{DB_2} = \overline{C_2B'} - \overline{C_1B'} = -d^2 \cos x$, $\overline{DB_1} = \overline{B_2C_2} - \overline{B_1C_1} = -d^2 \sin x$ et $\overline{B_1B_2} = \overline{B'B_1} \cdot dx = (dx)^2$.

De ΔB_2DB_1 , de la fig. 2 (dont les côtés sont des grandeurs infiniment petites de deuxième ordre), $\sim OAB$ (dans la fig. 1), leurs côtés respectifs devenant parallèles à la limite, on a:

$$\overline{B_1D} : \overline{B_1B_2} = \overline{BA} : \overline{OB} \quad \text{et} \quad \overline{B_2D} : \overline{B_1B_2} = \overline{OA} : \overline{OB}$$

d'où:

$$-d^2 \sin x : dx^2 = \sin x : 1 \quad \text{et} \quad -d^2 \cos x : dx^2 = \cos x : 1 .$$

ou:

$$\frac{d^2 \sin . x}{dx^2} = -\sin x \quad \text{et} \quad \frac{d^2 \cos . x}{dx^2} = -\cos x .$$