

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 25 (1926)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Buchbesprechung:** M. Kraitichik. — Théorie des Nombres. T. II. Analyse indéterminée du second degré et factorisation. — Un volume gr. in-8° de IV-252 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1926.

**Autor:** Buhl, A.

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

dans son grand Mémoire *Sur les Variétés à Connexion affine et la Théorie de la Relativité généralisée* (Annales de l'École Normale, 1923-1925).

Il y aurait aussi beaucoup à dire sur le titre choisi qui semble indiquer que l'auteur croit à l'Ether. Le mot sera d'ailleurs difficilement abandonné par les physiciens. Ici, il n'existe, pour ainsi dire, que par commodité; si l'on ne veut pas que ce soit l'espace de Riemann lui-même, à cause du caractère fugitif, insaisissable que certains prêtent à un espace qui leur semble dépourvu de figure sensible, ce sera une variété à laquelle on attribuera quelque nature physique pourvu qu'elle soit applicable projectivement et conformément sur l'espace riemannien.

Le mathématicien dira qu'il ne voit pas la nécessité de ce détour mais le physicien sera peut-être satisfait. Convenons aussi que des équations dynamiques, obtenues par le principe hamiltonien, peuvent conserver le sens que leur donne la Mécanique classique et ne révéler qu'après coup une théorie rattachable à la seule géométrie.

Nous sommes donc, une fois de plus, en présence d'une théorie qui géométrise l'Ether sans le nier. Elle est d'ailleurs particulièrement attrayante et M. Eyraud n'a que d'esthétiques formules. Elle est *partiellement* valable dans l'atome; elle fait donc aussi partie des synthèses, en pleine élaboration à l'heure actuelle, qui tentent de lier la Gravifique einsteinienne aux Quanta.

Des idées également ingénieuses sont esquissées dans la Note terminale. Ainsi il ne serait pas impossible d'observer ou plutôt de croire observer une vitesse supérieure à celle de la lumière, mais la chose s'expliquerait par un effet analogue à celui d'une trompeuse perspective. En résumé, beaucoup d'idées.

A. BUHL (Toulouse).

M. KRAITCHIK. — **Théorie des Nombres**. T. II. Analyse indéterminée du second degré et factorisation. — Un volume gr. in-8° de IV-252 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, Paris, 1926.

Ce nouveau volume fait évidemment suite à des travaux antérieurs de M. Kraitchik, travaux dont l'esprit a déjà été fort bien mis en relief par M. Du Pasquier, en une analyse précédemment publiée (*L'Ens. math.*, T. 23, 1923, p. 340). La Théorie des Nombres s'est accommodée de variables continues et, comme nous avons eu l'occasion de le redire, à propos de la récente Thèse de M. Le Corbeiller, ses formes quadratiques ont pu être illustrées, avec beaucoup d'art, par la géométrie cayleyenne. Toutefois, le point de vue arithmomique demeure et c'est surtout celui de M. Kraitchik qui l'expose dans un enchaînement d'idées extrêmement remarquable.

Le volume débute par les « Equations indéterminées du second degré à deux inconnues ». L'étude préliminaire des fractions continues s'impose d'abord avec l'élégant théorème de Lagrange qui veut qu'une racine d'équation trinome soit développable, en fraction continue périodique. Quant à l'équation générale du second degré, on peut toujours y voir une conique de laquelle on cherche des points à coordonnées entières. Les réductions géométriques élémentaires jouent d'abord; il y a ensuite des réductions arithmétiques puis, le cas hyperbolique prenant l'importance principale, il reste des types dont la résolution définitive dépend du développement en fraction continue d'équations trinomes à une seule variable. Dans ces dernières équations, on trouve, en particulier, le cas binome

$x^2 = A$  qui, à lui seul, donne un bien joli chapitre. Le développement, en fraction continue, de la racine carrée de 2 était connu d'Euclide; le résultat se conserve pour la racine de  $a^2+1$  et peut d'ailleurs subir quelques transformations, d'où un tableau des  $A < 1000$  dont la racine admet un développement analogue au développement euclidien. Ceci fait, l'auteur décompose des racines de  $A$  en fractions dont les périodes contiennent un nombre donné de termes et va ainsi jusqu'à 25 termes en des tableaux qu'on ne se lasse point d'admirer. Il y a ici une double habileté, celle du calculateur et celle du savant qui domine de haut son sujet et profite du fait de se trouver encore dans une partie relativement élémentaire de la Théorie des Nombres pour en montrer aisément les richesses.

On peut ensuite passer au cas de  $x^2+x=A$  et dans le même ordre d'idées. On se trouve alors armé pour faire une première théorie des équations de Pell dont les solutions correspondent à des réduites des fractions continues précédentes.

L'Arithmétique des formes quadratiques constitue la seconde partie du volume. Il s'agit surtout ici du comportement de ces formes vis-à-vis de substitutions linéaires. D'abord apparaissent les questions de classification puis celles des substitutions automorphes construites à partir de la périodicité de certaines fractions continues. Les formes réduites ont différents caractères et, par suite, des *genres* divers dont la notion s'assimile aisément grâce à de nombreux exemples numériques encore fort adroitement développés.

La « Factorisation » constitue une troisième et toujours troublante partie. Faut-il rappeler que cette décomposition en facteurs, que de jeunes enfants font aisément sur des nombres peu élevés, ne relève cependant, quant aux grands nombres, que de résultats plus ingénieux que méthodiques. Toutefois, l'ingéniosité et l'ardeur au calcul de M. Kraitchik équivalent à bien des méthodes. Il rappelle d'abord le rôle des résidus quadratiques, puis examine les preuves directes de primalité dont un théorème bien connu de Fermat est le prototype.

Ici, tout de suite, nous tombons sur des exemples obsédants tels que les nombres

$$2^{128} + 1 \quad \text{et} \quad 2^{256} + 1$$

que l'on sait être composés mais dont on ne connaît pas les facteurs.

Les « séries de Lucas » permettent des résultats à la Fermat bâtis sur des irrationnelles quadratiques. M. Kraitchik a appliqué de telles méthodes au nombre

$$2^{257} - 1$$

qu'il croit être composé mais toujours sans connaissance de la décomposition.

Nous retrouvons ensuite l'analyse indéterminée du second degré dans ses rapports avec la factorisation. La place nous manque absolument pour analyser cette partie si originale et si « calculée » de l'œuvre. Certains tableaux numériques ont dû coûter un travail fou. L'idée fondamentale est la factorisation de formes quadratiques. Signalons encore les *cycles* de congruences, où celles-ci ont des coefficients à produit carré et le *criblage* d'ensembles d'entiers.

Une note sur les arithmotriangles rectangles termine ces pages où tant de résultats numériques appuient et éclairent la théorie. Dans un court avant-

propos, l'auteur déclare qu'il n'a épargné ni son travail ni son temps; ceux qui l'étudieront s'initieront à une belle branche des Mathématiques en s'épargnant bien des efforts que M. Kraitchik aura faits pour eux.

A. BUHL (Toulouse).

M. KRAITCHIK. — **Le Problème des Reines.** Deuxième partie. — Un fascicule gr. in-8° de 54 pages. Prix: 15 francs. « L'Echiquier ». Bruxelles, 1926.

Voici bien encore le talent de M. Kraitchik! Comme nous l'avons dit précédemment (p. 152), le savant arithméticien, dans un premier fascicule, a traité du Problème des Reines dans un style, d'abord complaisant, pouvant plaire aux géomètres sans trop effaroucher les simples amateurs d'échecs. Mais, disions-nous, « le mathématicien domine certainement le joueur » et nous ne nous trompons pas. La question revient maintenant considérablement élargie et perfectionnée, à tel point qu'elle paraît se ranger parmi les problèmes de premier plan de l'arithmogéométrie. Elle dépend de permutations dont on peut faire une théorie précise, mais qui sont loin de donner toutes une véritable solution, d'où l'élaboration d'un choix qui est vraiment la partie difficile, la difficulté augmentant d'ailleurs très rapidement avec  $n$  sur l'échiquier de  $n^2$  cases. Ici encore les tableaux numériques abondent, les échiquiers joliment typographiés aussi. Sur l'échiquier de 25 cases le problème est en relation simple avec la possibilité de disposer, sur ces 25 mêmes cases, 25 jetons de 5 aspects et de 5 couleurs différentes sans que, dans une même rangée, on puisse trouver deux fois le même aspect ou la même couleur. Plus loin nous trouvons un échiquier, d'ordre  $n=11$ , garni d'une manière analogue. On voit le rapport avec les 36 officiers d'Euler. Et non seulement tout cela a un air très eulérien mais nous trouvons, mêlés à la bibliographie, les noms de mathématiciens modernes tels ceux de MM. Hurwitz et Polya. Les *Mathematische Unterhaltungen und Spiele* de W. Ahrens (Cf. *L'Ens. math.*, t. XIII, 1911, p. 71) sont souvent cités. Bref, de tous côtés, nous sommes en excellent terrain mathématique, la fécondité de celui-ci pouvant d'autant moins faire de doute que le sympathique auteur nous promet un troisième et peut-être un quatrième mémoire.

A. BUHL (Toulouse).

N.-N. SALTYKOW. — **Nouvelles leçons sur la Théorie des Equations aux dérivées partielles.** — Un volume in-4° de IV-214 pages, lithographié. Belgrade, 1926.

Ceci est une introduction naturelle au grand ouvrage de langue française que nous avons récemment mentionné (p. 138). Celui-ci, rédigé par le Cercle des étudiants en Mathématiques de l'Université de Belgrade et dans la langue du pays, a un caractère plus élémentaire qu'on saisira d'ailleurs en toute langue tant les formules, lisibles pour tout le monde, s'échaffaudent avec aisance à partir des équations les plus simples en  $x, y, z, p, q$ .

Un premier chapitre, conforme aux idées d'Euler et de D'Alembert, conduit à la liste des équations intégrées dans le troisième volume des *Institutiones Calculi integralis*. C'est là une riche moisson d'exercices.

Le second chapitre traite des équations à formes particulières ou ne contenant pas toutes les quantités  $x, y, z, p, q$ . De nombreux exemples sont encore traités avec extensions aux cas en  $x_i, p_i$ .

C'est seulement lorsque l'étudiant est familiarisé avec ces cas simples