Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 28 (1929)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES OVALES DE DESCARTES
Autor: Dufour, M.
Kapitel: 1. — Ovales stigmatiques par rapport à deux points donnés.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-22597

IV. — Applications a l'optique.

1. — *Ovales stigmatiques par rapport à deux points donnés.*

On sait depuis Descartes que la méridienne d'un *dioptre stigmatique* pour deux points donnés P et P′, situés dans deux milieux optiques d'indices respectifs 1 et n, est une ovale de Descartes dont ces points sont deux foyers [1].

On obtient l'équation de cette ovale en appliquant la *loi du tautochronisme*, c'est-à-dire en écrivant que le temps mis par la lumière pour aller dans le premier milieu du point P à un point I de l'ovale et du point I au point P′ dans le second milieu est une constante. Les rayons vecteurs ρ et ρ' étant positifs, on affectera ρ du signe + ou du signe — suivant que P sera un point lumineux réel ou virtuel; ρ' sera affecté du signe + ou du signe — suivant que P′ sera une image réelle ou virtuelle. Désignant par ρ_0 et ρ_0' les distances de P et P′ au point S où la méridienne rencontre l'axe PP′, nous écrivons la loi du tautochronisme sous la forme

$$\pm \rho \pm n\rho' = \pm \rho_0 \pm n\rho_0' .$$

Les deux points P et P′ étant donnés, il y a pour toute position de S une ovale stigmatique, qui suivant la distribution des points P, P′ et S peut être une ovale intérieure ou une ovale extérieure. D'après ce qui a été dit plus haut (I § 2 et III, § 1), nous pourrons reconnaître sa nature, savoir à quels foyers elle est rapportée et dire si au point S elle présente un maximum ou un minimum de courbure. Des considérations très simples vont nous fournir directement ce dernier renseignement dans le cas où P et P′ sont conjugués par rapport à un dioptre sphérique de sommet S.

Supposons que le dioptre sphérique tourne sa convexité du

---

[1] Un système optique est *stigmatique* pour deux points P et P′ si tous les rayons incidents venant de P ont pour conjugués des rayons passant par P′. Le système est *aplanétique* quand il est stigmatique pour les points infiniment voisins de P et P′, situés au voisinage de son axe dans deux plans perpendiculaires à l'axe.

côté d'où vient la lumière et que le second milieu est plus réfringent que le premier ($n > 1$). Nous avons à distinguer un certain nombre de cas.

1. P réel infiniment éloigné; P′ coïncide avec le foyer-image. L'ovale se réduit à une ellipse, présentant en S un *maximum* de courbure.

2. P réel plus éloigné de S que le foyer objet; P′ est réel (fig. 7). La condition du tautochronisme donne $\rho + n\rho' = k$.

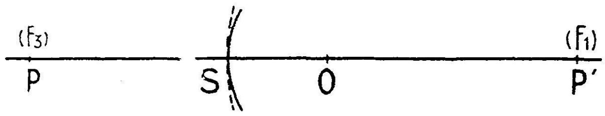

Fig. 7.

L'ovale, indiquée schématiquement en pointillé, est une *ovale intérieure* rapportée aux foyers F_3 et F_1 (voir le tableau, I § 2) et P′ ne peut correspondre à F_3 puisque l'on a $n > 1$ [1]. Donc P correspond à F_3 et P′ à F_1. Il y a un *maximum* de courbure en S.

3. P réel placé au foyer-objet; P′ est à l'infini. L'ovale devient une hyperbole. *Maximum* de courbure en S.

4. P réel et P′ virtuel (fig. 8), Nous avons

$$\rho - n\rho' = \rho_0 - n\rho'_0 < 0$$

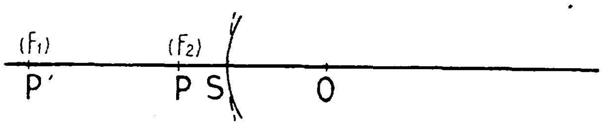

Fig. 8.

puisque $\rho'_0 > \rho_0$ et $n > 1$. Il s'agit d'une ovale *extérieure*. Comme en S elle tourne sa convexité vers les foyers P et P′, P′ correspond à F_1 et P à F_2. Il y a un *maximum* de courbure en S.

5. P et P′ coïncident avec S. L'ovale se réduit à un point.

6. P virtuel placé entre le sommet S et le centre de courbure O du dioptre sphérique; P′ est réel entre P et O (fig. 9). Nous avons

$$-\rho + n\rho' = -\rho_0 + n\rho'_0 > 0$$

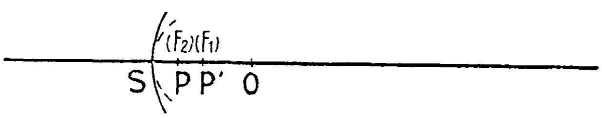

Fig. 9.

[1] P′ ne peut jamais correspondre à F_3, ni P à F_1.

puisque $\rho_0' > \rho_0$ et $n > 1$. C'est l'équation d'une ovale *extérieure*. La courbe tournant en S sa concavité vers P et P', P' correspond à F_1 et P à F_2. Il y a un *minimum* de courbure en S.

7. P et P' coïncident avec 0. L'ovale se réduit au cercle méridien du dioptre puisque les foyers F_1 et F_2 viennent en coïncidence.

8. P virtuel au-delà de 0 et en deçà du point stigmatique objet du dioptre (fig. 10).

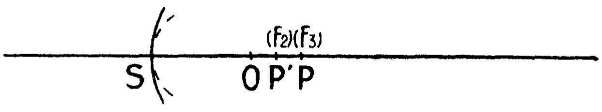

Fig. 10.

Si P est virtuel et placé au-delà de 0, P' est réel et placé entre 0 et P. Nous avons

$$-\rho + n\rho' = -\rho_0 + n\rho_0' \cdot$$

Quand P se déplace vers la droite à partir de 0, $-\rho_0 + n\rho_0'$ part de la valeur positive $(n - 1)$ SO et décroît pour s'annuler quand P atteint le point stigmatique objet. Nous reconnaissons l'équation d'une ovale *extérieure*. Il y a un *minimum* de courbure en S.

9. P virtuel placé au point stigmatique objet, P' au point stigmatique image. Nous avons $-\rho + n\rho' = 0$. L'ovale se réduit au cercle méridien du dioptre sphérique.

10. P virtuel placé au-delà du point stigmatique objet; P' est entre 0 et P (fig. 11). Nous avons

$$-\rho + n\rho' = -\rho_0 + n\rho_0' < 0 .$$

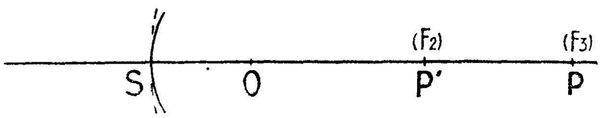

Fig. 11.

C'est l'équation d'une ovale *intérieure* rapportée aux foyers F_2 et F_3: F_2 est en P', F_3 en P. Il y a un *maximum* de courbure en S.

On peut faire la même discussion si, n étant toujours plus grand que 1, le dioptre tourne sa concavité du côté d'où vient la lumière. Enfin, pour passer aux cas où on aurait $n < 1$, il suffirait d'appliquer le principe du retour inverse des rayons lumineux.

Ce mode de raisonnement s'applique aussi aux *miroirs stigmatiques* pour deux points donnés. Dans le cas de la réflexion ($n = -1$), l'ovale se réduit à une conique, dont la courbure aux sommets sur l'axe est toujours un *maximum*.

2. — *Aberration du dioptre sphérique.*

Pour les rayons centraux, l'action du dioptre sphérique est la même que celle du dioptre stigmatique ayant pour méridienne l'ovale dont le cercle osculateur en S coïncide avec le cercle O. Si cette ovale présente en S un *maximum* de courbure (fig. 12), l'effet optique réalisé en chaque point I par la substitution du dioptre stigmatique au dioptre sphérique est celui que produirait en I l'adjonction au dioptre sphérique d'un prisme d'angle très petit à arête tournée vers l'axe. Ce prisme déviant les rayons vers sa base, nous en concluons que les rayons marginaux réfractés par le dioptre sphérique rencontrent l'axe en un point P'' plus rapproché du sommet S que le point P' où se croisent les rayons centraux. L'aberration est dite *sous-corrigée.* Si l'ovale présente en S un minimum de courbure (fig. 13), l'effet optique réalisé

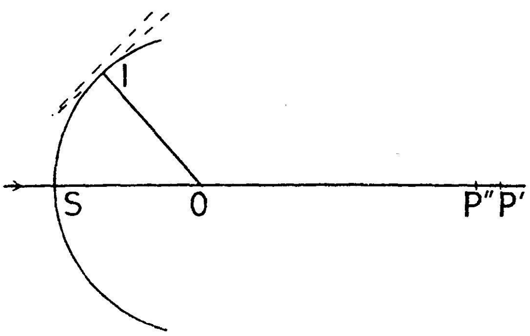

Fig. 12.

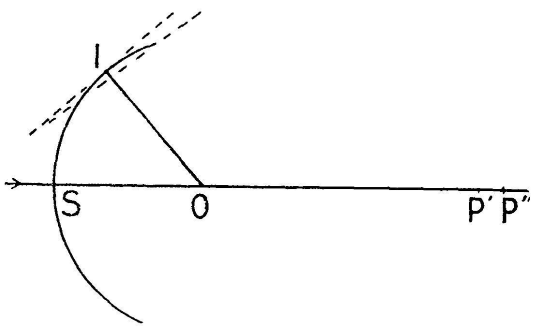

Fig. 13.

par la substitution du dioptre sphérique au dioptre stigmatique est celui que produirait en I l'adjonction au dioptre stigmatique d'un petit prisme à arête tournée vers l'axe: nous en concluons