

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 2 (1956)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DE L'ARITHMÉTIQUE A L'ALGÈBRE ET A L'ANALYSE MATHÉMATIQUE
Autor: Lebesgue, Henri
Kapitel: théories générales
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-32891>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

mettent seulement en garde contre toute exagération : propriétés arithmétiques, algébriques, analytiques sont voisines mais celles que l'on groupe dans une de ces sciences sont encore plus voisines.

POINT DE DÉPART D'UN LIVRE D'ANALYSE

Parce que nous ferons de l'analyse, il serait puéril et dangereux de prétendre ignorer l'arithmétique et l'algèbre et de ne faire aucun appel à ces chapitres de la science mathématique. Bien au contraire. En analyse, nous devons aller au-delà des calculs numériques effectuables, mais c'est de ces calculs qu'il nous faudra partir et à ces calculs qu'il nous faudra aboutir ; en partir, car toute découverte qui s'est révélée utile s'est d'abord faite pour un cas particulier justiciable d'un calcul, ou encore a été observée au cours d'un calcul ou suggérée par lui ; y aboutir, car toute application reposera sur les approximations numériques finalement obtenues.

Ainsi, les points de départ sont des « faits de calcul » qui forment lien entre l'algèbre ou l'arithmétique et l'analyse. J'ai essayé de le faire sentir dans ce livre. Je dis seulement « faire sentir » car les points de départ véritables sont souvent inconnus, et, quand on les connaît, on ne peut les exposer que sous une forme si modifiée qu'on s'écarte toujours beaucoup de la vérité historique ; il faut en effet traduire en langage et notations modernes les écrits des auteurs anciens, abréger des calculs trop longs et d'autre part les compléter pour atteindre la correction logique. Je me suis donc borné à ne présenter comme des points de départ que des faits particuliers qui avaient été effectivement obtenus avant d'être incorporés dans une théorie générale, me refusant par contre à remplacer un raisonnement par une constatation de calcul comme on le fait parfois pour des raisons de brièveté. J'ai tenu à le faire pour bien marquer l'importance qu'a, dans le développement de la science, la découverte des faits particuliers.

LES THÉORIES GÉNÉRALES

En mathématiques, le progrès part du fait particulier ; c'est d'abord quelque chose qui surprend, que l'on dit être une obser-

vation curieuse ou un artifice, un truc; puis d'autres faits sont reconnus qui paraissent analogues, ou bien des liens apparaissent entre le fait nouveau et des faits anciens. Puis les modes de démonstration sont peu à peu rapprochés et l'on finit par obtenir une démonstration valable pour tous les faits déjà connus et même pour d'autres: la théorie générale est acquise.

Au cours des efforts qu'elle a nécessités, on s'est familiarisé avec le fait initial, il a cessé d'être isolé, on a appris à l'utiliser et l'étonnement primitif a disparu. La théorie générale satisfait ainsi notre besoin de comprendre, car comprendre, c'est essentiellement ne pas être surpris, c'est avoir intégré la chose comprise dans un tout familier. C'est aussi savoir l'utiliser et ceci est le rôle proprement mathématique de la théorie générale: si elle ne faisait que grouper des faits connus sous un même énoncé, sous une même démonstration, elle serait une économie, pratiquement précieuse certes mais sans importance capitale. Mais elle fait plus; elle nous apprend à nous servir des faits et des raisonnements pour découvrir et démontrer des faits nouveaux: nous avons ce qu'on appelle une *méthode*.

Pour que des considérations méritent toute l'estime due aux théories générales, il faut qu'il s'agisse à la fois d'un répertoire de faits déjà connus et d'une mine fournissant des résultats nouveaux. La généralité logique ne suffit pas. Cette phrase: « Les mathématiques se réduisent à la proposition: tout A est A » est sans doute ce que l'on peut écrire de plus général! Qui prétendrait pourtant qu'après elle il n'y a plus rien à faire en mathématique ou même seulement que cet aphorisme a été de quelque utilité pour notre science? La généralité n'est donc pas par elle-même une vertu; ainsi ne faut-il pas, pour l'obtenir, aller jusqu'au fumeux, jusqu'au point où l'on ne sait plus nettement ce que l'on dit.

Les théories générales doivent rester assez particulières et simples pour parler encore à notre imagination. Dire « le résultat de X est un cas particulier de ma théorie » peut être exact mais est injuste et ne peut avoir d'autre effet que de décourager X si la vérité exigeait d'ajouter: « mais personne ne s'en était douté » ou même souvent « Il est vraisemblable que personne n'aurait jamais tiré ce fait de ma théorie ». Etre une mine de

résultats nouveaux, ce n'est pas seulement les contenir logiquement, c'est les fournir pratiquement; ce n'est pas d'après sa seule extension logique qu'on doit juger de l'intérêt d'une théorie générale, mais plutôt d'après la façon dont, nous faisant mieux comprendre, elle nous permet de mieux utiliser.

Enfin, il ne faut pas oublier que la théorie générale n'est qu'une étape dans le progrès mathématique; ce n'est encore que la compréhension savante. Il y a une compréhension beaucoup plus complète, atteinte seulement après des années et parfois des siècles d'utilisation, grâce aux efforts conjugués des travailleurs anonymes qu'on appelle les Professeurs et dont les apports sont aussi indispensables au progrès que l'imagination des inventeurs et la pénétration des bâtisseurs de théories. Ainsi de la compréhension savante dont nous étions naïvement fiers en songeant aux difficultés vaincues, nous passons, en comprenant mieux, à l'étape suivante: nous constatons que les difficultés n'existent pas; nous les avons créées nous-même. Ce qui a été fait apparaît alors simple, naturel, pour tout dire, tout tracé et nous avons acquis mieux qu'une théorie; nous possédons une sorte de réflexe nouveau. Il ne s'agit plus d'un progrès scientifique, mais d'un progrès humain.

Il est clair qu'un tel progrès ne relève pas de la seule logique; de toutes les qualités que doit avoir le mathématicien, c'est même peut-être la précision déductive qui joue le moindre rôle.

Je voudrais que ces remarques encouragent les jeunes à développer leur imagination, leur intelligence, leur compréhension scientifique sans se laisser entraîner par telle ou telle mode, et évitent de n'attacher d'importance qu'à certaines de leurs qualités. Qu'ils ne croient pas qu'ils gagneraient à s'efforcer de spécialiser leurs talents: ils deviendraient des virtuoses sans personnalité ayant de la science une vue étriquée — même si c'était à la construction d'une théorie générale qu'ils s'étaient voués. Faits particuliers et théories générales sont également indispensables aux progrès de la science; on doit également louer ceux dont l'imagination, la perspicacité ont permis de trouver les faits et ceux dont l'intelligence compréhensive et organisatrice ont permis de bâtir les théories. Au reste, nul

ne fera rien s'il n'a pas dans une certaine mesure toutes les qualités indiquées. En outre, de la compréhension savante, scientifique, à la compréhension plus complète signalée plus haut, qui fait appel, non plus au savoir, mais au bon sens, il n'y a que des différences de degré; s'arrêter à la première ou persévérer pour atteindre la seconde, cela dépend moins des qualités que des goûts: aimer savoir plus ou aimer comprendre mieux.

ERRATA

Balth. VAN DER POL: *Démonstration élémentaire de la relation*
 $\theta_3^4 = \theta_0^4 + \theta_2^4$ *entre les différentes fonctions de Jacobi.*

Enseignement mathématique (tome I, fasc. 4, 1955)

Page 259, ligne —5: lire $m - n = 2k + 1$

Page 259, ligne —3: lire $m = l + k + 1$

Page 260, ligne 5: lire (3) au lieu de (3

Page 260, formule 4: lire $\theta_3^2(0, \tau) = \theta_3^2(0, 2\tau) + \theta_2^2(0, 2\tau)$

Page 260, ligne —5: lire $+\sum\sum(-1)^{2l+1}q^{2\{(l+\frac{1}{2})^2+(k+\frac{1}{2})^2\}}$
