Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 6 (1960)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: INTRODUCTION A LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE

Autor: Quan, Pham Mau

Kapitel: III. La dynamique du point.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-36343

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

On interprète immédiatement ces définitions en rapportant l'espace-temps V_4 à un repère lorentzien. On a

$$ds^2 = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 = (1 - \beta^2)\, dx_0^2$$

soit

$$ds^2 = \sqrt{1 - \beta^2}\, dx_0 = \sqrt{1 - \beta^2}\, cdt\,.$$

Par suite

$$u^0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad u^i = \frac{v^i}{c\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad (i = 1, 2, 3)$$

v^i désignent les composantes du vecteur vitesse ordinaire dans le repère de Galilée correspondant. On interprète alors le vecteur accélération d'univers J^α. Pour β petit c'est-à-dire v petit devant c, on a en première approximation les définitions classiques.

III. La dynamique du point.

7. *Le principe de l'inertie.*

Supposons qu'un point matériel ait une accélération d'univers constamment nulle. De

$$\gamma^0 = \frac{d}{ds} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 0$$

on tire $\beta^2 =$ constant; puis de

$$\gamma^i = \frac{d}{ds} \frac{v^i}{c\sqrt{1 - \beta^2}} = 0$$

on tire $v^i =$ const. Dans le repère de Galilée associé, le point M a un mouvement rectiligne uniforme. Cette propriété traduit le principe de l'inertie en mécanique classique d'après lequel un point matériel isolé a une accélération nulle c'est-à-dire un mouvement rectiligne uniforme. La réciproque est immédiate.

Or si $J^\alpha = 0$, le point M décrit une droite ou géodésique de l'espace-temps. On postule ainsi en relativité restreinte.

PRINCIPE DE L'INERTIE. — *Un point matériel isolé admet pour trajectoire d'univers une géodésique orientée dans le temps* ($ds^2>0$) *de l'espace-temps de* MINKOWSKI.

Les géodésiques pour lesquelles $ds^2 = 0$, correspondent dans l'espace aux droites parcourues avec la vitesse c, c'est-à-dire aux rayons lumineux, trajectoires des photons. On voit alors que la théorie de la relativité restreinte se trouve liée d'une manière simple à la géométrie de l'espace-temps de MINKOWSKI.

8. *L'équation fondamentale de la dynamique relativiste du point.*

L'espace-temps de MINKOSWKI sert seulement de cadre géométrique pour le déroulement des phénomènes physiques de l'univers. Toute origine du mouvement lui est étrangère. On doit introduire les notions d'inertie, de forces. Une force est représentée par un vecteur d'univers Φ^α: elle est proportionnelle au vecteur accélération du point M, ce qui se traduit par l'équation fondamentale

$$KJ^\alpha = \Phi^\alpha \tag{8. 1}$$

où K est un coefficient caractérisant l'inertie du point matériel M: c'est un scalaire. En vertu de (6. 2), J^α est orthogonal à u^α, il en est de même de Φ^α, on a

$$\Phi^\alpha u_\alpha = 0\,. \tag{8. 2}$$

On peut écrire (8. 1) sous la forme

$$\frac{d}{ds}(Ku^\alpha) = \Phi^\alpha + \frac{dK}{ds}u^\alpha \tag{8. 3}$$

Le vecteur $p^\alpha = Ku^\alpha$ est appelé le *vecteur impulsion relativiste.* Sa mesure le long de $\vec{u}$ est égale à l'inertie du point. Nous verrons qu'il est possible d'interpréter K comme l'énergie du point.

L'inertie K dépend d'abord du point considéré lui-même, ensuite du champ de forces dans lequel se meut le point. Si on suppose que le champ de forces n'apporte aucune modification à l'inertie propre du point, K est une propriété intrinsèque du point: c'est une constante E_0 appelée énergie propre du point. Cette hypothèse peut être considérée comme une première approche de la dynamique relativiste du point matériel.

9. *Interprétation de l'équation fondamentale dans le cas* K = E.

Dans ce cas l'équation fondamentale s'écrit

$$\frac{d}{ds}(E_0 u^\alpha) = \Phi^\alpha . \tag{9. 1}$$

De l'orthogonalité de $\vec{\Phi}$ et $\vec{u}$, on tire

$$\Phi^0 u^0 = -\sum_i \Phi^i u^i \qquad\qquad \Phi^0 = -\Sigma\frac{\Phi^i v^i}{c}$$

Dans un système de coordonnées galiléennes (t, x, y, z) pour lequel $\vec{v}$ est le vecteur vitesse ordinaire et $\vec{f}$ le vecteur d'espace de composantes

$$f^i = \Phi^i \sqrt{1-\beta^2}$$

on peut exprimer (9. 1) comme

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{E_0}{c^2\sqrt{1-\beta^2}}\vec{v}\right) = \vec{f} \tag{9. 2}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = \vec{f}\cdot\vec{v} \tag{9. 3}$$

En donnant à $\vec{f}$ la signification d'un vecteur force galiléenne, on dira que (9. 3) est l'équation du mouvement de M dans le repère galilée considéré et que (9. 3) est l'intégrale de la force vive.

On est conduit à définir l'*énergie* et la *masse* du point M respectivement par

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad\qquad m = \frac{E_0}{c^2\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E}{c^2} \tag{9. 4}$$

Celles-ci varient avec la vitesse. Si M est au repos dans le repère de Galilée, $E = E_0$ et $m = m_0 = E_0/c^2$. E_0 et m_0 sont appelés *énergie et masse au repos* de M: elles sont égales à l'énergie propre et à la masse propre de M. Si β est petit, on a en première approximation

$$E - E_0 = \tfrac{1}{2} m_0 v^2 .$$

C'est l'énergie cinétique classique.

10. *Le principe de l'inertie de l'énergie.*

La seconde relation (9. 4) exprime l'équivalence entre masse et énergie. Si on conçoit que la masse m caractérise la quantité de matière concentrée en M, on obtient le principe de l'inertie de l'énergie exprimé par la relation d'Einstein

$$\Delta E = c^2 \Delta m$$

selon lequel une disparition d'une masse Δm de matière entraîne l'apparition d'une quantité équivalente d'énergie.

Le principe de l'inertie de l'énergie a pour conséquence qu'il faut réunir les deux principes classiques de conservation de la masse et de l'énergie sous le même et seul énoncé. D'ailleurs les considérations du §9 montrent que c'est l'énergie qui se trouve naturellement définie en relativité. Il est préférable de ne parler que de l'énergie.

Le résultat précédent constitue à côté de la notion d'espace-temps, l'apport le plus fécond qu'ait apporté Einstein à la physique moderne dans l'étude des phénomènes atomiques et nucléaires.

Pham Mau Quan
Faculté des Sciences de Besançon