Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 6 (1960)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: PROBLÈMES D'APPROXIMATION DIOPHANTIENNE

Autor: Descombes, Roger

Kapitel: 1. Introduction.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-36333

PROBLÈMES D'APPROXIMATION DIOPHANTIENNE [1]

par Roger Descombes

(Reçu le 20 juillet 1960)

1. Introduction.

Considérons une circonférence de longueur un. A partir d'une origine O sur cette circonférence, marquons les extrémités des arcs dont les longueurs sont les multiples entiers positifs successifs d'un nombre *irrationnel* ξ. Nous nous proposons d'étudier de quelle façon un point fixe P quelconque de la circonférence, d'abscisse curviligne η, est approché par les sommets de la ligne polygonale régulière non fermée ainsi constituée. Si P est un sommet de la ligne polygonale, éventuellement prolongée du côté des multiples négatifs de ξ, c'est-à-dire si $\eta \equiv q\,\xi \pmod{1}$ (q entier), P est approché de la même façon que O; nous dirons alors qu'on a affaire au cas homogène. Si cette circonstance ne se produit pas, nous dirons qu'il s'agit du cas non homogène.

2. Le cas homogène; rappel des résultats.

Dans le cas homogène, la symétrisation de la ligne polygonale par rapport au diamètre passant par O, c'est-à-dire l'introduction des multiples $q\xi$, avec q entier négatif, est sans importance. D'autre part, on sait depuis longtemps (méthode des tiroirs de Dirichlet, 1840) que pour une infinité de couples d'entiers p, q ($q \neq 0$), on a $| q\,(q\xi - p) | < 1$. Il est donc commode d'exprimer les résultats à l'aide de la fonction définie sur les irrationnels par

$$c\,(\xi) = \underline{\lim}\; | q\,(q\,\xi - p) | \qquad (\xi \text{ irrationnel})$$

---

[1]) Conférence prononcée à Grenoble dans le cadre des « Journées Mathématiques de Grenoble », 21-22 mai 1960.