

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 6 (1960)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES MODÈLES LINÉAIRES EN ANALYSE STATISTIQUE
Autor: Breny, H.
Kapitel: 0, 3. Distributions multinormales.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-36336>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

nous poserons

$$\mathbf{C} \mathbf{b}_P = \mathbf{E}[\mathbf{b}_P - \mathbf{E} \mathbf{b}_P][\mathbf{b}_P - \mathbf{E} \mathbf{b}_P]^T .$$

$\mathbf{C} \mathbf{b}_P$ est une matrice carrée, symétrique; elle est appelée «matrice des covariances de \mathbf{b}_P »⁶⁾.

0, 3. Distributions multinormales.

0, 31. Rappelons que, si \mathbf{b} est un vecteur aléatoire multinormal, non dégénéré, de dimension n , si \mathbf{b}_P est la matrice $n \times 1$, de composantes $\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n$, qui le représente par rapport à une base certaine \mathfrak{B} , et si l'on pose

$$\mathbf{E} \mathbf{b}_P = \mathbf{m}_P, \quad \mathbf{C} \mathbf{b}_P = \mathfrak{S}_P,$$

on a $\text{rg } \mathfrak{S}_P = n$ et

$$\Pr [\mathbf{b}_i \leq u_i, i = 1, \dots, n] =$$

$$= (2\pi)^{-n/2} |\mathfrak{S}_P|^{-1/2} \int_{-\infty}^{u_1} \dots \int_{-\infty}^{u_n} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_P)^T \mathfrak{S}_P^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_P) \right] d\mathbf{x} .$$

0, 32. Par ailleurs, si \mathbf{b} est le vecteur décrit ci-dessus, et si \mathbf{a} est un vecteur aléatoire lié à \mathbf{b} par une transformation linéaire régulière et certaine:

$$\mathbf{a} = \mathfrak{A} \mathbf{b} \quad (\text{rg } \mathfrak{A} = n) ,$$

\mathbf{a} est aussi un vecteur aléatoire multinormal non dégénéré, de dimension n , et on a

$$\mathbf{E} \mathbf{a}_P = \mathfrak{A}_P \mathbf{E} \mathbf{b}_P, \quad \mathbf{C} \mathbf{a}_P = \mathfrak{A}_P (\mathbf{C} \mathbf{b}_P) \mathfrak{A}_P^T .$$

0, 33. Rappelons encore que, si \mathbf{b} est comme ci-dessus, les composantes $\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n$ de \mathbf{b}_P sont des variables aléatoires normales; celles-ci sont indépendantes si, et seulement si, $\mathbf{C} \mathbf{b}_P$ est une matrice diagonale [ou, ce qui revient au même, si $\text{cov}(\mathbf{b}_i, \mathbf{b}_j) = 0, i \neq j$ ⁷⁾]. La réalisation de cette condition, pour un \mathbf{b} donné, dépend essentiellement du choix de \mathfrak{B} . En fait, il est toujours possible de rapporter un vecteur multinormal à une base (certaine) telle que ses composantes soient des aléatoires indépendantes.

0, 34. Rappelons enfin que, si l'on nomme « gaussienne » toute aléatoire normale de moyenne nulle et de variance égale à 1, on a les énoncés suivants (cfr. [III], chap. 18):

- a) la somme des carrés de p aléatoires gaussiennes indépendantes est une aléatoire χ^2 à p degrés de liberté (en abrégé, χ_p^2);
- b) si \mathbf{x} est une aléatoire gaussienne et \mathbf{u} une aléatoire χ_p^2 indépendante de \mathbf{x} , le quotient $\mathbf{x}/\sqrt{(\mathbf{u}/p)}$ est une aléatoire de Student à p degrés de liberté (en abrégé, t_p);
- c) si \mathbf{u} et \mathbf{v} sont des aléatoires χ^2 , respectivement à m et n degrés de liberté, indépendantes, le quotient $(\mathbf{u}/m):(\mathbf{v}/n)$ est une aléatoire \mathbf{F} de Snedecor à (m, n) degrés de liberté (en abrégé, $\mathbf{F}_{m,n}$); il est souvent plus commode d'utiliser alors le fait que $\mathbf{v}/(\mathbf{u} + \mathbf{v})$ est une aléatoire $\beta_{p,q}$ avec $p = n/2$, $q = m/2$, et de se référer aux tables de la distribution β (en général, en effet, $n \geq m$, donc $p \geq q$, comme dans les tables de Pearson [IV]); on notera que les grandes valeurs de \mathbf{F} correspondent aux petites valeurs de β .

1. MODÈLES LINÉAIRES. ESTIMATEURS.

1, 1. Définitions.

1, 11. Considérons une expérience aléatoire dont le résultat est un n -uple ordonné de nombres réels, toutes les valeurs a priori possibles, de $-\infty$ à $+\infty$, étant en effet à prendre en considération. Structurons l'ensemble des observations possibles en un espace vectoriel euclidien sur le corps des réels en postulant que, si $\alpha = (a_1, \dots, a_n)$ et $\beta = (b_1, \dots, b_n)$ sont deux observations, on a

pour la somme:

$$\alpha + \beta = (a_1 + b_1, \dots, a_n + b_n), \quad (1)$$

pour le produit par un scalaire:

$$p \alpha = (p a_1, \dots, p a_n), \quad (2)$$

pour le produit scalaire:

$$\langle \alpha, \beta \rangle = a_1 b_1 + \dots + a_n b_n. \quad (3)$$