

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 6 (1960)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LES MODÈLES LINÉAIRES EN ANALYSE STATISTIQUE  
**Autor:** Breny, H.  
**Kapitel:** 1,4. Moindres carrés.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-36336>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 01.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

1, 4. *Moindres carrés.*

A partir de la relation

$$\mathbf{E} \mathbf{x} = \mathfrak{A} \mathfrak{b}_H ,$$

le théorème de Gauss-Markov conduit à introduire le vecteur-estimateur  $\mathfrak{b}^*$  défini en fonction de l'observation  $\mathbf{x}$  par la condition que

$$S^2(\mathfrak{b}) \equiv (\mathfrak{x} - \mathfrak{A} \mathfrak{b})^T (\mathfrak{x} - \mathfrak{A} \mathfrak{b})$$

soit minimum pour  $\mathfrak{b} = \mathfrak{b}^*$ . Or, comme

$$\frac{d}{d b_{i,H}} \mathfrak{b}_H = \mathbf{e}_{i,H} , \quad \frac{d}{d b_{i,H}} \mathfrak{b}_H^T = \mathbf{e}_{i,H}^T ,$$

et

$$S^2(\mathfrak{b}) = \mathfrak{x}^* \mathfrak{x} - \mathfrak{b}_H^T \mathfrak{A}^T \mathfrak{x} - \mathfrak{x}^* \mathfrak{A} \mathfrak{b}_H + \mathfrak{b}_H^T \mathfrak{A}^T \mathfrak{A} \mathfrak{b}_H ,$$

on a

$$\frac{d S^2(\mathfrak{b})}{d b_{i,H}} = 2 (\mathfrak{A}^T \mathfrak{A} \mathfrak{b}_H - \mathfrak{A}^T \mathfrak{x}) .$$

Les conditions  $\frac{d S^2(\mathfrak{b}^*)}{d b_{i,H}} = 0$  conduisent donc au système

$$\mathfrak{A}^T \mathfrak{A} \mathfrak{b}_H^* = \mathfrak{A}^T \mathbf{x} ,$$

identique au système normal. Il en résulte que, si  $r = p$ , les estimateurs de moindres carrés ne sont autres que les estimateurs privilégiés. Si  $r < p$ , les deux méthodes conduisent aux mêmes combinaisons estimables fondamentales.

## 2. DISTRIBUTIONS ET ÉPREUVES D'HYPOTHÈSES.

2, 1. *Sommes des carrés.*

2, 11. Soit  $\mathbf{U}^*$  un sous-espace vectoriel de  $\mathbf{V}^*$ ; on appelle « somme de carrés due à  $\mathbf{U}^*$  », et on note  $\mathbf{SCU}^*$  <sup>11)</sup>, le carré scalaire de la projection orthogonale de  $\mathbf{x}$  sur le dual  $\mathbf{U}$  de  $\mathbf{U}^*$ . La dimension de  $\mathbf{U}^*$  est, par définition, le « nombre de degrés de liberté » de  $\mathbf{SCU}^*$ .