

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 6 (1960)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES MODÈLES LINÉAIRES EN ANALYSE STATISTIQUE
Kapitel: 4, 1. Les épreuves de Student.
Autor: Breny, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-36341>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 22.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

On calcule et vérifie \mathfrak{S} comme ci-dessus, puis :

$$\begin{aligned}
 x a_1 &= n & y a_1 + u a_2 &= p & z a_1 + v a_2 + w a_3 &= q \\
 A &= a_1 + a_2 + a_3 & T &= n + p + q & t a_1 + r a_2 + s a_3 &= T \\
 c_1 &= x & c_2 &= y + u & c_3 &= z + v + w \\
 w b_3 &= a_3 & v b_3 + u b_2 &= a_2 & z b_3 + y b_2 + x b_1 &= a_1 \\
 b_1 c_1 + b_2 c_2 + b_3 c_3 &= A \\
 SCN &= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 .
 \end{aligned}$$

4. EXEMPLES.

4, 1. Les épreuves de Student.

4, 11. Soit $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ un échantillon simple et fortuit d'une population normale de moyenne μ et écart-type σ . La théorie des modèles linéaires s'applique ici, avec

$$r = p = 1, \quad \mathfrak{X} = \|\mathbf{1}, \dots, \mathbf{1}\| \quad b_H = \|\mu\|,$$

$$\mathfrak{X}^T \mathfrak{X} = \|n\|, \quad \mathfrak{X}^T \mathfrak{x} = \sum_1^n \mathbf{x}_i,$$

et le système normal se réduit à

$$n \hat{\mu} = \sum_1^n \mathbf{x}_i, \quad \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_1^n \mathbf{x}_i = \mathbf{m}.$$

On a alors

$$SCN = (\sum \mathbf{x}_i)^2/n, \quad SCT = \sum_1^n \mathbf{x}_i^2,$$

$$SCE = \sum_1^n \mathbf{x}_i^2 - \left(\sum_1^n \mathbf{x}_i \right)^2/n = \sum_1^n (\mathbf{x}_i - \mathbf{m})^2 = \frac{n \sum_1^n \mathbf{x}_i^2 - \left(\sum_1^n \mathbf{x}_i \right)^2}{n}.$$

Si $\mu = a$, l'expression

$$\frac{(\mathbf{m} - a) \sqrt{(n-1)}}{\sqrt{(SCE/n)}} = \sqrt{(n-1)} \frac{\sum_1^n \mathbf{x}_i - na}{\sqrt{(n SCE)}}$$

est une aléatoire t_{n-1} ; SCE/σ^2 est une aléatoire χ_{n-1}^2 .

4, 12. Soit $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_q)$ un échantillon simple et fortuit d'une population normale de moyenne μ_1 et écart-type σ , $(\mathbf{x}_{q+1}, \dots, \mathbf{x}_n)$ un échantillon simple et fortuit d'une population normale de moyenne μ_2 et écart-type σ , les deux échantillons étant mutuellement indépendants. La théorie des modèles linéaires s'applique encore :

$$\mathbf{E} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_q \\ \mathbf{x}_{q+1} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix},$$

$$r = p = 2, \quad \mathbf{b}_H^T = \|\mu_1, \mu_2\|, \quad \mathfrak{A}^T \mathfrak{A} = \begin{pmatrix} q & 0 \\ 0 & n - q \end{pmatrix}.$$

Si on pose

$$\sum_1^q \mathbf{x}_i^s = \mathbf{S}_{1,s}, \quad \sum_{q+1}^n \mathbf{x}_i^s = \mathbf{S}_{2,s},$$

on a

$$\hat{\mu}_1 = \mathbf{S}_{1,1}/q, \quad \hat{\mu}_2 = \mathbf{S}_{2,1}/(n - q),$$

$$\text{SCE} = \frac{q \mathbf{S}_{1,2} - (\mathbf{S}_{1,1})^2}{q} + \frac{(n - q) \mathbf{S}_{2,2} - (\mathbf{S}_{2,1})^2}{n - q},$$

de sorte que, sous l'hypothèse $\mu_1 - \mu_2 = \Delta$, l'expression

$$\frac{(\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2 - \Delta) \sqrt{(n - 2)}}{\sqrt{\left[\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{n - q}\right) \text{SCE}\right]}}$$

est une aléatoire t_{n-2} ; SCE/σ^2 est une aléatoire χ_{n-2}^2 .

4, 2. Problèmes de régression.

4, 211. Supposons que, u_1, \dots, u_s étant des constantes certaines deux à deux distinctes, on ait $n = \sum_1^s k_i$ variables aléatoires $\mathbf{x}_{i,j}$ ($i = 1, \dots, s; j = 1, \dots, k_i$), normales, de variance commune σ^2 , indépendantes, avec

$$\mathbf{E} \mathbf{x}_{i,j} = \alpha + \beta u_i. \quad (17)$$