Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 14 (1968)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CONVEXITÉ ET ENCHAÎNEMENT

Autor: Bantegnie, Robert

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-42357

que $d_\varepsilon(x, y) \leqslant (C_\varepsilon) < (1+\eta)\, d_\varepsilon(x, y)\, \mathscr{L} \leqslant (1+\eta)\, \hat{d}\,(x, y)$ ce qui montre que $(E, \hat{d})$ est 1-presque bien enchaîné, donc totalement presque convexe d'après le théorème 1. Ce qui concerne l'équivalence des métriques est immédiat.

(c) Si l'espace est 1-presque bien enchaîné on a pour tout $\varepsilon > 0$, $d_\varepsilon(x, y) = d(x, y)$ donc $\hat{d}\,(x, y) = d(x, y)$ pour toutc ouple (x, y). Réciproquement c'est encore plus évident.

On dit qu'un espace (E, d) est *rectifiablement lié* si pour tout couple (x, y) de points de E on peut trouver un arc rectifiable Γ joignant x et y dans E. On pose alors $d_i(x, y) = \inf \mathscr{L}(\Gamma)$, la borne inférieure étant celle des longueurs des arcs comme ci-dessus, d_i définit sur E une métrique appelée métrique intrinsèque associée à d.

Proposition 7.

Tout espace métrique (E, d) localement compact complet enchaîné sans détour et rectifiablement bien enchaîné est rectifiablement lié. Par rapport à sa métrique intrinsèque d_i il est compact à distance finie et segmenté.

Preuve. $(E, \hat{d})$ est aussi localement compact et complet; il est totalement presque convexe d'après la proposition 6, donc compact à distance finie et segmenté d'après le corollaire 1 du théorème 3 de [2]. Mais alors (E, d) est rectifiablement lié et d_i et $\hat{d}$ coïncident, d'où le résultat.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BANTEGNIE, R., Sur certains espaces métriques. Proc. Kon. Ned. Akad. van Wetensch. A 70, *Indag. Math. 29*, 74-75 (1967).

[2] —— χ-régularité et compacité à distance finie. *C.R. Ac. Sci.* Paris, 265 A, 772-775 (1967).

[3] GREEN, J. W. et W. GUSTIN, Quasiconvex sets. *Can. J. of Math. 2*, 489-507 (1950).

[4] MENGER, K., Untersuchungen über allgemeine Metrik I, II, III. *Math. Ann. 100*, 75-163 (1928).

[5] RINOW, W., Die innere Geometrie den metrischen Raumes. Springer, Berlin, Gôttingen, Heidelberg (1961).

(Reçu le 25 mars 1969.)

R. Bantegnie
2.A., rue des Jardins
25 Besançon (France)