

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 14 (1968)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** CONVEXITÉ ET ENCHAÎNEMENT  
**Autor:** Bantegnie, Robert

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-42357>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

que  $d_\varepsilon(x, y) \leq (C_\varepsilon) < (1+\eta) d_\varepsilon(x, y) \mathcal{L} \leq (1+\eta) \hat{d}(x, y)$  ce qui montre que  $(E, \hat{d})$  est 1-presque bien enchaîné, donc totalement presque convexe d'après le théorème 1. Ce qui concerne l'équivalence des métriques est immédiat.

(c) Si l'espace est 1-presque bien enchaîné on a pour tout  $\varepsilon > 0$ ,  $d_\varepsilon(x, y) = d(x, y)$  donc  $\hat{d}(x, y) = d(x, y)$  pour tout couple  $(x, y)$ . Réciproquement c'est encore plus évident.

On dit qu'un espace  $(E, d)$  est *rectifiablement lié* si pour tout couple  $(x, y)$  de points de  $E$  on peut trouver un arc rectifiable  $\Gamma$  joignant  $x$  et  $y$  dans  $E$ . On pose alors  $d_i(x, y) = \inf \mathcal{L}(\Gamma)$ , la borne inférieure étant celle des longueurs des arcs comme ci-dessus,  $d_i$  définit sur  $E$  une métrique appelée métrique intrinsèque associée à  $d$ .

*Proposition 7.*

*Tout espace métrique  $(E, d)$  localement compact complet enchaîné sans détour et rectifiablement bien enchaîné est rectifiablement lié. Par rapport à sa métrique intrinsèque  $d_i$  il est compact à distance finie et segmenté.*

*Preuve.*  $(E, \hat{d})$  est aussi localement compact et complet; il est totalement presque convexe d'après la proposition 6, donc compact à distance finie et segmenté d'après le corollaire 1 du théorème 3 de [2]. Mais alors  $(E, d)$  est rectifiablement lié et  $d_i$  et  $\hat{d}$  coïncident, d'où le résultat.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BANTEGNIE, R., Sur certains espaces métriques. Proc. Kon. Ned. Akad. van Wetensch. A 70, *Indag. Math.* 29, 74-75 (1967).
- [2] ———  $\chi$ -régularité et compacité à distance finie. *C.R. Ac. Sci. Paris*, 265 A, 772-775 (1967).
- [3] GREEN, J. W. et W. GUSTIN, Quasiconvex sets. *Can. J. of Math.* 2, 489-507 (1950).
- [4] MENGER, K., Untersuchungen über allgemeine Metrik I, II, III. *Math. Ann.* 100, 75-163 (1928).
- [5] RINOW, W., Die innere Geometrie den metrischen Raumes. Springer, Berlin, Göttingen, Heidelberg (1961).

(Reçu le 25 mars 1969.)

R. Bantegnie  
2.A., rue des Jardins  
25 Besançon (France)