

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 14 (1968)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: REPRESENTATIONS OF COMPACT GROUPS AND SPHERICAL HARMONICS
Autor: Coifman, R. R. / Weiss, Guido

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-42346>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$$= \omega_{n-1} \int_0^{\infty} r^{n-1} f(r) \left\{ \int_{\Sigma_{n-1}} e^{-2\pi i |y| r (\eta \cdot \xi)} P^{(k)}(\xi, \mathbf{1}) d\xi \right\} dr$$

Writing $y = t \eta$, this means that we have to compute

$$\int_{\Sigma_{n-1}} e^{-2\pi i r t (\eta \cdot \xi)} P^{(k)}(\xi, \mathbf{1}) d\xi.$$

But, by the Funk-Hecke theorem (4.16) this integrál is equal to

$$P^{(k)}(\eta, \mathbf{1}) a_k^{-2} c_n \int_{-1}^1 e^{-2\pi i r t s} P^{(k)}(s) (1-s^2)^{\frac{n-3}{2}} ds.$$

On the other hand, by (4.4), and, then integrating by parts k times we have

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 e^{-2\pi i r t s} P^{(k)}(s) (1-s^2)^{\frac{n-3}{2}} ds &= \alpha_{k,n} \int_{-1}^1 e^{-2\pi i r t s} \left[\frac{d^k}{dt^k} (1-s^2)^{k+\frac{n-3}{2}} \right] ds \\ &= \beta_{k,n} \int_{-1}^1 (rt)^k e^{2\pi i r t s} (1-s^2)^{k+\frac{n-3}{2}} ds. \end{aligned}$$

The last integral, however, is the one involved in the definition of J_λ when $\lambda = (2k+n-2)/2$. Equality (6.10) now follows immediately.¹⁾

BIBLIOGRAPHY

- [1] BATEMAN, H., *Bateman Manuscript Project*, Vol. 1 and 2, N. Y. (1953).
- [2] CALDERÓN, A. P., *Integrales Singulares y sus Aplicaciones a Ecuaciones Diferenciales Hiperbólicas*. Fasc. 3, Cursos y Seminarios de Matematica, Univ. de Buenos Aires (1959).
- [3] — and A. ZYGMUND, Singular Integral Operators and Differential Equations. *Am. J. of Math.*, Vol. LXXIX, No. 4 (1957), pp. 901-921.
- [4] CARTAN, E., *Œuvres Complètes*. Gauthier-Villars, Paris (1939).
- [5] GODEMONT, R., A Theory of Spherical Functions, I. *Trans. Am. Math. Soc.*, 73 (1952), pp. 496-556.
- [6] DIEUDONNÉ, J. *Representacion de Grupos Compactos y Funciones Esfericas*. Fasc. 14, Cursos y Seminarios de Matematica, Univ. de Buenos Aires (1964).

¹⁾ The Bessel functions we have encountered here arise in much the same way as did the ultraspherical Polynomials. Instead of the group $SO(n)$, however, one must study the group of all rigid motions on $\mathbf{R}^{(n)}$ (see VILENKIN [11] for details).

- [7] PONTRIAGIN, L., *Topological Groups*. 2nd Edition, Moscow (1957).
- [8] PUKANSZKY, L., *Representation of Groups*. Dunod, Paris (1968).
- [9] SEELEY, R. T., Spherical Harmonics, No. 11 of the H. Ellsworth Slaughter Memorial Papers. *Am. Math. Monthly*, Vol. 73, No. 4 (1966), pp. 115-121.
- [10] STEIN, E. M. and G. WEISS, *Fourier Analysis in Euclidean spaces*. Princeton Univ. Press, N. J. (1969).
- [11] VILENKIN, N., *Special Functions and the Theory of Group Representations*. Moscow (1965).
- [12] WEYL, H. *The Theory of Groups and Quantum Mechanics*, 2nd Ed., Dover (1931).

Washington University
St. Louis, Mo.

(Reçu le 31 juillet 1968)