

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 19 (1973)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ÉQUATIONS ET VARIÉTÉS ALGÈBRIQUES SUR UN CORPS FINI
Autor: Joly, Jean-René
Kapitel: Notes sur le chapitre 3
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-46287>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 20.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Notes sur le chapitre 3

§ 1: le théorème de Chevalley-Warning a une histoire intéressante. En 1933, Tsen avait prouvé que le corps $K = C(T)$ des fractions rationnelles à une variable T sur un corps algébriquement clos C possède la propriété (B_0) (autrement dit, a un groupe de Brauer nul: Tsen (1933)); Artin nota que la démonstration de Tsen consistait: (1) à prouver que K possède la propriété (C_1) ; puis (2) à déduire directement la propriété (B_0) de la propriété (C_1) , sans utiliser la définition particulière de K ; comme les corps finis possèdent la propriété (B_0) (théorème de Wedderburn !) et que par ailleurs ils « ne sont pas trop loin » de leur clôture algébrique (chap. 1, § 1), Artin fut amené à conjecturer que les corps finis possèdent la propriété (C_1) ; ce qui fut aussitôt démontré en caractéristique 2 par Völsch, puis en caractéristique quelconque par Chevalley, sous une forme d'ailleurs plus forte que celle prévue par Artin (Chevalley (1935)); c'est Warning qui, examinant la démonstration de Chevalley, s'aperçut que, pour les corps finis, la « bonne » propriété n'était pas la propriété (C_1) , mais la divisibilité de N par p (Warning (1935)): d'où finalement le nom de « théorème de Chevalley-Warning » attribué au théorème 1. Ce théorème a d'ailleurs été amélioré par Ax (1964), qui a prouvé ceci (mêmes notations que dans le th. 1): si b est le plus grand entier strictement inférieur à n/d , N est divisible par q^b (donc par p^{fb}). Ce résultat d'Ax a lui-même été perfectionné récemment par Katz (1971); à ce sujet, voir le chapitre 7.

Indiquons que l'étude de la propriété (C_1) (et plus généralement de la propriété (C_r)) a été reprise systématiquement dans les années cinquante par Lang (1952) et Nagata (1957) et a connu depuis lors des développements importants; à ce sujet, voir [7], ainsi que Terjanian (1972). Signalons par ailleurs qu'il existe des corps possédant la propriété (B_0) , « très proches » de leur clôture algébrique (de façon précise, quasi-finis), et ne possédant pourtant pas la propriété (C_1) , ni même la propriété (C_r) , si grand que soit r : voir Ax (1965, a, b; 1968).

§ 2: le calcul modulo p de N par la formule (2.2.2) est parfois baptisé « méthode de Kronecker » ou « méthode de Lebesgue » (voir Lebesgue (1837, I), th. 1); pour des généralisations de cette formule, voir Dwork (1960, a; 1966, b); voir également les chapitres 7 et 9.

§ 3 et 4: comme indiqué dans le texte, les théorèmes 3 et 4 sont dus respectivement à Warning (1935) et Terjanian (1966). Pour des résultats analogues au théorème 5 (mais moins triviaux !), voir Carlitz (1953, b; 1954, b), et Redei (1946).