

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 19 (1973)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ÉQUATIONS ET VARIÉTÉS ALGÈBRIQUES SUR UN CORPS FINI  
**Autor:** Joly, Jean-René  
**Kapitel:** Notes sur le chapitre 5  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-46287>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 20.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

*Notes sur le chapitre 5*

§ 1: le fait que  $\mathbf{F}_p^+$  est en dualité avec lui-même par  $(x, y) \mapsto e^{2\pi ixy/p}$  est évident, et connu « depuis toujours ». Les caractères multiplicatifs de  $\mathbf{F}_p$  se sont introduits progressivement à partir du milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle avec l'étude des restes quadratiques (Euler, Legendre, Gauss), cubiques (Gauss, Jacobi, Eisenstein) et biquadratiques (Gauss, Jacobi).

§ 2: les sommes de Gauss apparaissent (sous la forme déguisée des *périodes cyclotomiques*) dans la dernière section des *Disquisitiones Arithmeticae*: Gauss les utilise pour étudier, avant la lettre, le groupe de Galois de l'extension  $\mathbf{Q}(e^{2\pi i/p})/\mathbf{Q}$ ; à ce sujet, voir par exemple [8], pp. 453-460. Par la suite, les sommes de Gauss reparaissent systématiquement dans les travaux arithmétiques de Gauss, Jacobi, Eisenstein, Kummer, Stickelberger, en relation notamment avec l'étude des lois de réciprocité, et avec la représentation des nombres premiers par des formes quadratiques binaires à coefficients entiers; pour une synthèse de ces travaux, voir le livre centenaire de Bachmann (*Die Lehre von der Kreistheilung*, Teubner, Leipzig, 1872), ainsi que Stickelberger (1890). (L'utilisation de la somme de Gauss  $\tau$

$= \sum_{x \bmod p} \left(\frac{x}{p}\right) e^{2\pi ix/p}$  pour démontrer la loi de réciprocité quadratique est bien connue: voir [8], pp. 116-117, ou [17], chap. 1, sect. 3.3).

§ 3-4: les sommes de Jacobi apparaissent également dans les travaux mentionnés ci-dessus; elles y sont *définies* à partir des sommes de Gauss par une formule qui coïncide avec la formule (3.3.2). Elles sont étudiées systématiquement chez Stickelberger (1890), Davenport-Hasse (1934) et Weil (1949) (ce dernier article contient d'ailleurs d'intéressantes indications historiques).

CHAPITRE 6

ÉQUATIONS DIAGONALES (II)

Ce chapitre utilise les propositions 3 et 5 du chapitre 5 pour établir des formules donnant le nombre exact  $N(b)$  de solutions dans  $k^n$  d'une équation diagonale  $a_1 X_1^{d_1} + \dots + a_n X_n^{d_n} = b$  à coefficients dans  $k$  ( $k$  désigne toujours un corps fini à  $q$  éléments). Ces formules font intervenir des sommes de