

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 19 (1973)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE CONTRÔLE OPTIMAL DE SYSTÈMES DISTRIBUÉS
Autor: Lions, J. L.
Kapitel: 2.1. Un problème de contrôle dans les coefficients
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-46289>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 20.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

2. PROBLÈMES D'EXISTENCE

2.1. Un problème de contrôle dans les coefficients

Soit Ω un ouvert borné de \mathbf{R}^n , de frontière Γ régulière. L'ensemble des contrôles est défini par ¹⁾:

$$(2.1) \quad \mathcal{U}_{ad} = \{v \mid v \in L^\infty(\Omega), 0 < m \leq v(x) \leq M < \infty \text{ p.p. dans } \Omega\}$$

(\mathcal{U}_{ad} = ensemble des contrôles *admissibles*).

Pour $v \in \mathcal{U}_{ad}$, l'état $y(v)$ du système est défini par la solution du problème elliptique:

$$(2.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) v(x) \frac{\partial y}{\partial x_j} \right) = f \text{ dans } \Omega, \\ y = 0 \text{ sur } \Gamma, \end{array} \right.$$

où f est donné par exemple dans $L^2(\Omega)$ et où les a_{ij} sont donnés avec:

$$(2.3) \quad a_{ij} \in L^\infty(\Omega), \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \geq \alpha \sum_{i=1}^n \xi_i^2, \alpha > 0.$$

Le problème (2.2) admet une solution unique:

$$(2.4) \quad y(v) \in H_0^1(\Omega)^2).$$

La fonction coût est par exemple:

$$(2.5) \quad J(v) = \left(\int_{\Omega} |y(v) - z_d|^2 dx \right)^{1/2},$$

où z_d (état désiré) est donné dans $L^2(\Omega)$. Le problème est alors de *minimiser* $J(v)$ lorsque v parcourt \mathcal{U}_{ad} .

Pour des exemples physiques où ce problème intervient, Cf. K. A. Lure [1]; on ignore s'il existe $u \in \mathcal{U}_{ad}$ tel que $J(u) = \inf. J(v), v \in \mathcal{U}_{ad}$. On va voir, suivant Murat [1] que la réponse est *négative* pour un problème très voisin du précédent.

¹⁾ Toutes les fonctions utilisées sont à valeurs réelles.

²⁾ $H^1(\Omega)$ désigne l'espace de Sobolev (Cf. Sobolev [1]) des fonctions $\varphi \in L^2(\Omega)$ telles que $\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \in L^2(\Omega), i = 1, \dots, n$ et $H_0^1(\Omega)$ le sous espace des $\varphi \in H^1(\Omega)$ tels que $\varphi = 0$ sur Γ .