

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 19 (1973)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE CONTRÔLE OPTIMAL DE SYSTÈMES DISTRIBUÉS
Autor: Lions, J. L.
Kapitel: 4.2. Cas non différentiable
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-46289>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 20.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

4.2. Cas non différentiable

Voici un exemple de problème de contrôle intervenant également en biochimie. L'état est donné par l'équation:

$$(4.12) \quad \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \sigma \frac{y}{1+y} = f + v, \quad x \in]0, 1[, \quad t \in]0, T[,$$

donc équation analogue à (4.1), avec cette fois *le contrôle distribué* $v \in \overline{\mathcal{U}}_{ad}$, où

$$(4.13) \quad \left| \begin{array}{l} \overline{\mathcal{U}}_{ad} = \text{ensemble fermé convexe non vide de } L^2(Q), \text{ contenu dans} \\ \text{les fonctions p.p. } \geq 0 \text{ dans } Q. \end{array} \right.$$

La *condition initiale* est identique à (4.2). Les *conditions aux limites* sont les suivantes: soit $h \geq 0$ donné; alors c étant une constante > 0 ,

$$(4.14) \quad - \frac{\partial y}{\partial x}(0, t) = -c(y-h)^+ \Big|_{x=0}, \quad \frac{\partial y}{\partial x}(1, t) = -c(y-h)^+ \Big|_{x=1}.$$

On vérifie encore que le problème (4.12) (4.2) (4.14) *admet une solution unique*, soit $y = y(v)$. Si la fonction coût est encore donnée par (4.7), le problème:

$$(4.15) \quad \text{Inf } J(v), \quad v \in \overline{\mathcal{U}}_{ad}$$

admet encore une solution (au moins), soit u .

Mais la fonction $\lambda \rightarrow \lambda^+$ n'étant pas différentiable à l'origine, l'application $v \rightarrow y(v)$ de $L^2(Q) \rightarrow L^2(Q)$ n'est plus différentiable, et l'obtention de conditions d'optimalité semble une question ouverte.

Remarque 4.3.

Du point de vue *numérique* (Cf. Yvon [1]) on introduit une fonction $\lambda \rightarrow \gamma(\lambda)$ *approximation différentiable* de $\lambda \rightarrow \lambda^+$ et l'on remplace (4.14) par:

$$(4.16) \quad \left| \begin{array}{l} - \frac{\partial y}{\partial x}(0, t) = -c \gamma(y(0, t) - h), \\ \\ \frac{\partial y}{\partial x}(1, t) = c \gamma(y(1, t) - h). \end{array} \right.$$