

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 28 (1982)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** MEILLEURE APPROXIMATION LINÉAIRE ET ESPACES EUCLIDIENS  
**Autor:** Robert, A.  
**Kapitel:** Introduction  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-52242>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# MEILLEURE APPROXIMATION LINÉAIRE ET ESPACES EUCLIDIENS

par A. ROBERT

## INTRODUCTION

Il est étonnant de constater que certains théorèmes affines dans l'espace  $\mathbf{R}^3$  sont de démonstration délicate...

Ainsi en est-il d'une caractérisation de l'ellipsoïde parmi les corps convexes symétriques comme étant le seul pour lequel les limites ombre-lumière (sur sa surface) sont des courbes planes dans toutes les directions d'éclairage parallèle (sec. 1, th. B). On trouvera plusieurs variantes de ce résultat dans la section 1.

Il est même gênant de devoir remarquer que ce résultat connu n'est exposé de façon complète nulle part (à notre connaissance). On pourra consulter la fin de la section 1 pour de plus amples commentaires concernant la bibliographie relative à ce sujet.

Je tiens à exprimer tous mes remerciements à R. Bader qui m'a stimulé par son intérêt à cette question et qui m'a de plus fourni la plupart des références citées.

### 1. THÉORÈME PRINCIPAL, DIVERSES FORMULATIONS

Tous les espaces normés considérés dans cet article seront réels. Soit  $E$  un tel espace. On dit que  $E$  est *euclidien* lorsque sa norme dérive d'un produit scalaire, c'est-à-dire lorsqu'il existe une application bilinéaire symétrique

$$E \times E \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \mapsto (x | y)$$

telle que

$$\|x\|^2 = (x | x).$$

D'après un résultat bien connu dû à Jordan et von Neumann, un espace normé est euclidien dès que tous ses sous-espaces de dimension 2 le sont. L'identité du parallélogramme

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$$

caractérise en effet les normes dérivant d'un produit scalaire.