Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 32 (1986)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'UNICITÉ POUR LES PROBLÈMES DE CAUCHY LINÉAIRES DU PREMIER ORDRE

Autor: Raymond, Xavier Saint

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-55077

Notons $\mathscr{V}$ la variété intégrale de $\mathscr{L}$ passant par x_0; alors, en rassemblant les résultats des théorèmes 5.2, 5.3 et 6.2, et en rappelant que sous la condition (P), L est localement résoluble (cf. Nirenberg et Trèves [17]), on s'aperçoit qu'on a démontré l'équivalence des deux propriétés suivantes:

1. Unicité locale en x_0: pour tout voisinage ω de x_0,

$$\left.\begin{array}{l} u \in C^1(\omega)\,, \\ (L+c_0)u(x) = 0 \text{ dans } \omega, \text{ et} \\ u(x) = 0 \text{ dans } \omega_- = \{x \in \omega \mid \varphi(x) \leqslant \varphi(x_0)\} \end{array}\right\} \Rightarrow u = 0 \text{ au voisinage de } x_0\,.$$

2. Pour tout voisinage ω de x_0, $\mathscr{V} \cap \omega \not\subset \omega_+ = \{x \in \omega \mid \varphi(x) \geqslant \varphi(x_0)\}$.

BIBLIOGRAPHIE

[1] ALINHAC, S. Non unicité du problème de Cauchy. *Annals of Math. 117* (1983), 77-108.

[2] —— Uniqueness and non-uniqueness in the Cauchy problem. *Contemporary Mathematics, Vol. 27* (1984), 1-22.

[3] ALINHAC, S. et C. ZUILY. Unicité et non-unicité du problème de Cauchy pour des opérateurs hyperboliques à caractéristiques doubles. *Comm. in Pde's, 6 (7)* (1981), 799-828.

[4] BAOUENDI, M. S. and C. GOULAOUIC. Cauchy problems with characteristic initial hypersurface. *Comm. on Pure and Appl. Math. 26* (1973), 455-475.

[5] BAOUENDI, M. S. and F. TRÈVES. A property of the functions and distributions annihilated by a locally integrable system of complex vector fields. *Annals of Math. 113* (1981), 387-421.

[6] CALDERÓN, A. P. Existence and uniqueness theorems for systems of partial differential equations. *Proc. Symp. Fluid Dynamics and applied Math.*, (Univ. of Maryland 1961), 147-195, Gordon and Breach, New York 1962.

[7] CARDOSO, F. and J. HOUNIE. First order linear pde's and uniqueness in the Cauchy problem. *J. of diff. equ. 33* (1979), 239-248.

[8] COHEN, P. *The non-uniqueness of the Cauchy problem.* O.N.R. Techn. Report 93, Stanford 1960.

[9] HÖRMANDER, L. *Linear partial differential operators.* Springer Verlag, Berlin 1963.

[10] —— Non-uniqueness for the Cauchy problem. Lecture notes in Math. (Springer-Verlag) n° 459, *Fourier integral operators and pde's* (1975), 36-72.

[11] —— *The analysis of linear partial differential operators, T. I.* Springer-Verlag, Berlin 1983.

[12] LERNER, N. Unicité du problème de Cauchy pour des opérateurs elliptiques. *Ann. Sc. de l'Ecole Normale Sup. 17* (1984), 469-505.

[13] —— Unicité de Cauchy pour des opérateurs différentiels faiblement principalement normaux. A paraître dans *J. de Math. pures et appliquées.*

[14] LERNER, N. et L. ROBBIANO. Unicité de Cauchy pour des opérateurs de type principal. *Séminaire Goulaouic-Meyer-Schwartz 1983-84*, exposé n° IX (Ecole Polytechnique, Paris), et article à paraître dans *J. d'analyse math.*

[15] LEWY, H. An example of a smooth linear partial differential equation without solution. *Annals of Math. 66* (1957), 155-158.

[16] NAGANO, T. Linear differential systems with singularities and an application to transitive Lie algebras. *J. of the Math. Soc. of Japan 18* (1966), 398-404.

[17] NIRENBERG, L. and F. TRÈVES. Solvability of a first order linear partial differential equation. *Comm. on Pure and Appl. Math. 16* (1963), 331-351.

[18] PLIS, A. A smooth linear elliptic differential equation without any solution in a sphere. *Comm. on Pure and Appl. Math. 14* (1961), 599-617; voir aussi la bibliographie de [10].

[19] ROBBIANO, L. Non-unicité du problème de Cauchy pour des opérateurs non-elliptiques à symboles complexes. Thèse de 3e cycle, Université de Paris XI-Orsay, 1983.

[20] SAINT RAYMOND, X. Non-unicité de Cauchy pour des opérateurs principalement normaux. *Indiana Univ. Math. J. 33* (1984), 847-858.

[21] —— Autour du théorème de Holmgren sur l'unicité de Cauchy. *J. of diff. geom. 20* (1984), 121-135.

[22] SJÖSTRAND, J. *Singularités analytiques microlocales.* Astérisque n° 95 (1982).

[23] STERNBERG, S. *Lectures on differential geometry.* 2nd edition, Chelsea Publishing Company, New York 1983.

[24] STRAUSS, M. and F. TRÈVES. First order linear pde's and uniqueness in the Cauchy problem. *J. of diff. equ. 15* (1974), 195-209.

[25] SUSSMANN, H. J. Orbits of families of vector fields and integrability of distributions. *Trans. of the Am. Math. Soc. 180* (1973), 171-188.

[26] WHITNEY, H. Analytic extensions of differentiable functions defined in closed sets. *Trans. of the Am. Math. Soc. 36* (1934), 63-89.

[27] ZACHMANOGLOU, E. C. Propagation of zeroes and uniqueness in the Cauchy problem for first order partial differential equations. *Arch. Rat. Mech. Anal. 38* (1970), 178-188.

[28] ZUILY, C. *Uniqueness and non uniqueness in the Cauchy problem.* Progress in mathematics vol. 33, Birkhäuser, Boston 1983.

(Reçu le 22 novembre 1984)

Xavier Saint Raymond

Mathématique, bâtiment 425
Université de Paris-Sud, Centre d'Orsay
91405 ORSAY Cedex (France)

vide-leer-empty