

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 32 (1986)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: REPRÉSENTATION DE GELFAND-GRAEV ET IDENTITÉS DE BARNES LE CAS DE GL_2 D'UN CORPS FINI
Autor: Helversen-Pasotto, Anna

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-55078>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$$\begin{aligned} \sum_{\phi \in C_1(\alpha) \cup C_2(\alpha)} \hat{\phi}(b(\gamma)) &= -2q^{-1}(q-1)^{-1}(\alpha\gamma) (-1) \sum_a e(2a) (\alpha\gamma^2) (a), \quad a \in F_q^\times, \\ &= 2 T_\alpha(b(\gamma)), \end{aligned}$$

d'après (6) et (7) (théorème 2 et lemme 2).

C.Q.F.D.

Pour tout caractère ϕ de H_i^\times , on définit le caractère conjugué $\bar{\phi}$ de H_i par $\bar{\phi}(x) := \phi(\bar{x})$, pour tout $x \in H_i^\times$, $i = 1, 2$.

Soit ϕ un caractère multiplicatif de H_i , $i = 1, 2$: on remarque que $\phi = \bar{\phi}$ si et seulement s'il existe $\beta \in X$, tel que $\beta^* = \phi$.

Pour tout $\phi \in C_1(\alpha) \cup C_2(\alpha)$, on a $\hat{\phi} = \widehat{\bar{\phi}}$, puisque $G(\gamma^*\phi) = G(\gamma^*\bar{\phi})$, pour tout $\gamma \in X$.

D'autre part, soit $\beta \in X$ et soit ϕ_i le composé de β avec la norme de H_i^\times sur F^\times , pour $i = 1, 2$. On a alors $\phi_i \in C_i(\beta^2)$ et

$$\varepsilon_1 G(\gamma^*\phi_1) = \varepsilon_2 G(\gamma^*\phi_2),$$

pour tout $\gamma \in X$; ici l'on applique le théorème de Hasse et Davenport, c.f. [3], qui dit, dans ce cas:

$$G(\gamma^*\phi_2) = -g(\gamma\beta)^2.$$

Il s'ensuit que les homomorphismes $\hat{\phi}_1$ et $\hat{\phi}_2$ sont égaux.

Vu le lemme 3, (d) et la proposition 4, il s'ensuit maintenant le théorème suivant:

THÉORÈME 3. *Tout homomorphisme de C-algèbres de A_α dans \mathbb{C} est de la forme $\hat{\phi}$ avec ϕ dans $C_1(\alpha) \cup C_2(\alpha)$. Pour $i = 1, 2$ et $\phi, \psi \in C_i(\alpha)$, on a $\hat{\phi} = \hat{\psi}$ si et seulement si $\phi = \psi$ ou $\phi = \bar{\psi}$. Pour $\phi_1 \in C_1(\alpha)$ et $\phi_2 \in C_2(\alpha)$, on a $\hat{\phi}_1 = \hat{\phi}_2$ si et seulement s'il existe un caractère β de F^\times tel que ϕ_1 (resp. ϕ_2) soit le composé de β avec la norme de $F \times F$ (resp. F_{q^2}) sur F .*

RÉFÉRENCES

- [1] CHANG, B. Decomposition of Gelfand-Graev characters of $GL_3(q)$. *Commun. Algebra* 4 (1976), 375-401.
- [2] CURTIS, C. W. and T. V. FOSSUM. On Centralizer Rings and Characters of Representations of Finite Groups. *Math. Zeitschr.* 107 (1968), 402-406.
- [3] DAVENPORT, H. und H. HASSE. Die Nullstellen der Kongruenzetafunktion in gewissen zyklischen Fällen. *J. Reine u. Angew. Math.* 172 (1935), 151-182.

- [4] HELVERSEN-PASOTTO, A. L'identité de Barnes pour les corps finis. *Séminaire DELANGE-PISOT-POITOU (théorie des nombres)*, 19^e année, 1977/1978, N° 22, 12 p.
- [5] — L'identité de Barnes pour les corps finis. *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 286 (1978), Série A, 297-300.
- [6] — Darstellungen von $GL(3, F_q)$ und Gaussche Summen. *Math. Ann.* 260 (1982), 1-21.
- [7] LI, W. and J. SOTO ANDRADE. Barnes Identities and Representations of $GL(2)$, Part. I: Finite Field Case. *J. reine angew. Math.* 344 (1983), 171-179.
- [8] LI, W. Barnes Identities and Representations of $GL(2)$, Part II: Nonarchimedean Local Field Case. *J. reine angew. Math.* 345 (1983), 69-92.
- [9] STEINBERG, R. *Lectures on Chevalley Groups*. Yale Lecture Notes (1967).
- [10] — The Representations of $GL(3, q)$, $GL(4, q)$, $PGL(3, q)$ and $PGL(4, q)$. *Canadian Journal of Mathematics* 3 (1951), 225-235.
- [11] YOKONUMA, T. Complément au mémoire « Sur le commutant d'une représentation d'un groupe de Chevalley fini ». *Journ. Fac. Sc. Univ. Tokyo, Sec. I, Vol. XVI, Part 1* (1969), 147-148.

(Reçu le 7 décembre 1984)

Anna Helversen-Pasotto

Département de Mathématiques
Parc Valrose
06034 Nice Cedex (France)

Vide-leer-empty