

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1991)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ON THE AVERAGE BEHAVIOUR OF THE LARGEST DIVISOR OF n
PRIME TO A FIXED INTEGER k
Autor: PÉTERMANN, Y.-F. S.
Kurzfassung
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-58739>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ON THE AVERAGE BEHAVIOUR OF THE LARGEST DIVISOR
OF n PRIME TO A FIXED INTEGER k

by Y.-F.S. PÉTERMANN

RÉSUMÉ. On étudie le comportement de la fonction bornée $h_k(x) := x^{-1}E_k(x)$, où $E_k(x) := \sum_{n \leq x} \delta_k(n) - (k/2\sigma(k))x^2$ est le terme irrégulier du comportement asymptotique moyen de $\delta_k(n)$, le plus grand diviseur de n premier à k (et où l'on peut sans perte supposer que k est sans facteur carré). On s'intéresse plus particulièrement aux nombres I_k et S_k , les \liminf et \limsup de $h_k(x)$ (lorsque $x \rightarrow \infty$), dont les valeurs exactes ne sont connues que si $k = 1$ ou si k est un nombre premier (Joshi et Vaidya [JV]). En établissant l'existence et la symétrie de la fonction de répartition de $h_k(n)$ (au sens de Wintner), on simplifie le problème en démontrant que $I_k = -S_k$. Puis, pour tous les k non premiers et sans facteur carré, on améliore explicitement l'estimation $S_k \geq k/\sigma(k)$ (de Herzog et Maxsein [HM], et indépendamment Adhikari, Balasubramanian et Sankaranarayanan [ABS]).

0. INTRODUCTION AND STATEMENT OF THE RESULTS

For a fixed natural number k we denote by $\delta_k(n)$ the largest divisor of n which is prime to k . If κ is the squarefree core of k we have $\delta_k(n) = \delta_\kappa(n)$, and we shall assume from now on that k is squarefree. We define the associated error term

$$(0.1) \quad E_k(x) := \sum_{n \leq x} \delta_k(n) - \frac{k}{2\sigma(k)} x^2,$$

where σ is the sum-of-divisors function. The behaviour of $E_k(x)$ has been investigated in [Su], [JV], [HM], [ABS], [AB], and very recently in [A]. It is known that [JV]

$$(0.2) \quad E_k(x) = O(x)$$