

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1991)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SOUS-GROUPES LIBRES DANS LES GROUPES
D'AUTOMORPHISMES D'ARBRES
Autor: Pays, Isabelle / Valette, Alain
Kapitel: 4. Preuve de l'implication (iv) => (i) du Théorème
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-58735>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

MOY F: Un groupe libre non abélien (avec la topologie discrète) n'est pas moyennable (voir [Ey], II.4; [Gl], exemple 1.2.3; [vN], §5 de l'Introduction).

L'implication (iii) \Rightarrow (iv) du théorème est alors une conséquence immédiate de MOY E et MOY F.

4. PREUVE DE L'IMPLICATION (iv) \Rightarrow (i) DU THÉORÈME

Nous allons montrer que, si X est un arbre localement fini, les stabilisateurs dans $\text{Aut } X$ d'un sommet, d'une arête, d'un bout, ou d'une paire de bouts de X , sont des sous-groupes fermés moyennables.

— *Stabilisateur d'un sommet*: Si x est un sommet, $(\text{Aut } X)_x$ est un sous-groupe compact, donc moyennable par MOY D.

— *Stabilisateur d'une arête*: Si $[x, y]$ est une arête, nous notons $(\text{Aut } X)_{[x, y]}$ son stabilisateur dans $\text{Aut } X$. Le sous-groupe compact ouvert $(\text{Aut } X)_x \cap (\text{Aut } X)_y$ est d'indice 2 ou 1 dans $(\text{Aut } X)_{[x, y]}$ (selon qu'il existe une inversion conservant $[x, y]$ ou pas). Par conséquent $(\text{Aut } X)_{[x, y]}$ est lui-même compact, donc moyennable.

— *Stabilisateur d'un bout*: Soit ω un bout de X ; considérons l'homomorphisme $l_\omega: (\text{Aut } X)_\omega \rightarrow \mathbf{Z}$ fourni par le lemme 4 (iii); comme \mathbf{Z} est moyennable ainsi que ses sous-groupes (par MOY A), il suffit par MOY B de vérifier que le noyau $\text{Ker } l_\omega$ est moyennable. Pour cela, observons que la famille de sous-groupes compacts $((\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_x)_{x \in X}$ forme un système dirigé: si x, y sont des sommets quelconques de X , et z un sommet sur $[x, \omega[\cap [y, \omega[$, on a:

$$((\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_x) \cup ((\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_y) \subseteq (\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_z$$

puisque $(\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_x$ fixe ponctuellement la demi-droite $[x, \omega[$. La limite inductive de ce système est l'ensemble des rotations dans $(\text{Aut } X)_\omega$, qui coïncide avec $\text{Ker } l_\omega$ par le lemme 4 (ii). Le groupe $\text{Ker } l_\omega$ est limite inductive de groupes compacts, il est donc moyennable par MOY C.

— *Stabilisateur d'une paire de bouts*: Soit $\{\alpha, \omega\}$ une paire de bouts de X ; considérons l'homomorphisme $r_{\alpha\omega}: (\text{Aut } X)_{\{\alpha, \omega\}} \rightarrow D_\infty$ introduit vers la fin du §1. Comme D_∞ est un groupe résoluble, tous ses sous-groupes sont moyennables, et il suffit par MOY B de vérifier que le noyau $\text{Ker } r_{\alpha\omega}$ est moyennable; mais ce noyau est $\bigcap_{x \in]\alpha, \omega[} ((\text{Aut } X)_{\{\alpha, \omega\}} \cap (\text{Aut } X)_x)$, qui est compact.