

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1991)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: EXEMPLES DE VARIÉTÉS PRESQUE COMPLEXES
Autor: Audin, Michèle
Kapitel: 3.1. Structure sur les tubes
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-58736>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Remarque. La proposition reste vraie si on remplace le $\mathbf{P}^2(\mathbf{C})$ ayant permis de construire l'anse \mathcal{V} par une variété presque complexe V dont la forme d'intersection est définie positive et de type I (c'est-à-dire prend des valeurs paires et impaires). La démonstration est identique: la forme $2bc + Q_V(d)$ prend la valeur -1 (si d est tel que $Q_V(d) = 2m - 1$, on prend $b = 1$ et $c = -m$), elle est donc équivalente (sur \mathbf{Z}) à $-x^2 + Q(y)$ où Q est une forme quadratique entière de rang $b_2(V) + 1$ et de signature $\sigma(V) + 1$ donc définie positive. Un modèle minimal de notre variété aura une courbe rationnelle à auto-intersection positive et une forme d'intersection $a^2 + Q(y)$ ce qui n'est pas possible pour les mêmes raisons.

3. APPENDICE: SOMMES CONNEXES DE VARIÉTÉS SYMPLECTIQUES

3.1. STRUCTURE SUR LES TUBES

Naïvement, on pourrait espérer construire une forme symplectique «somme connexe» en faisant la chirurgie sur des disques contenus dans des ouverts de Darboux et en construisant une forme symplectique sur le tube $S^{2n-1} \times I$ qui se recolle de chaque côté avec la structure standard de \mathbf{R}^{2n} - Disque. Les remarques précédentes impliquent qu'une telle forme n'existe certainement pas en dimension $\neq 2$ ou 6 . Les arguments utilisés sont assez grossiers (structure presque complexe au lieu de forme symplectique) et, en réponse à ma question sur la dimension 6 , Dusa McDuff [6] m'a fourni un argument plus fin, basé sur les techniques de Gromov [3], que je vais décrire maintenant et qui montre qu'une telle forme n'existe sur aucun tube $S^{2n-1} \times I$ (pour $n \geq 2$).

3.2. LE CONTRE-EXEMPLE

Il suffit donc d'exhiber deux variétés symplectiques de dimension 6 , (V_1, ω_1) et (V_2, ω_2) telles que sur $W = V_1 \# V_2$, aucune forme symplectique ω ne puisse avoir, en restriction à V_1 , une propriété que possède ω_1 .

PROPOSITION 3.2.1. [3, 2.4.B₃], [6.9] *Sur $W = \mathbf{P}^n(\mathbf{C}) \# T^{2n}$, il n'existe aucune forme symplectique ω qui admette $\mathbf{P}^{n-1}(\mathbf{C})$ comme sous-variété symplectique.*

Remarque. D'après 1.2 et [9], $\mathbf{P}^3(\mathbf{C}) \# T^6$ possède des structures presque complexes.