

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 38 (1992)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** NOTES SUR L'INVARIANT DE CASSON DES SPHÈRES  
D'HOMOLOGIE DE DIMENSION TROIS

**Autor:** Guillou, L. / Marin, A.  
**Kapitel:** §0. Introduction  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-59492>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## APPENDICE C

par Christine LESCOP

UN CALCUL ÉLÉMENTAIRE DE L'INVARIANT DE CASSON  
DES SPHÈRES D'HOMOLOGIE ENTIÈRE FIBRÉES DE SEIFERT  
À TROIS FIBRES EXCEPTIONNELLES

## §0. INTRODUCTION

Le but de cet appendice est de présenter un calcul direct (à partir de la construction de la partie 3.B) de l'invariant de Casson des fibrés de Seifert à 3 fibres exceptionnelles, sphères d'homologie entière.

L'ensemble des classes de représentations irréductibles du groupe fondamental de ces fibrés a un cardinal fini calculé, géométriquement au paragraphe C.3.A, et différemment par S. Boyer et D. Lines dans l'appendice B de [BL].

Avec les notations de 3.B (en supposant arrêtés les différents choix), l'étude du voisinage de  $\hat{Q}_1 \cap \hat{Q}_2$  dans  $\hat{R}$ , faite au paragraphe C.3.B, montre que, dans ce cas, les espaces  $\hat{Q}_1$  et  $\hat{Q}_2$  se coupent transversalement dans  $\hat{R}$  et toujours avec le même signe; l'invariant de Casson d'une telle sphère d'homologie est alors, au signe près, la moitié du cardinal de l'ensemble des classes de représentations irréductibles de son groupe fondamental.

On retrouve ainsi, pour le cas des fibrés à trois fibres exceptionnelles, le résultat que R. Fintushel et R. Stern ont démontré à l'aide de l'homologie de Floer dans [FS]:

*«L'invariant de Casson d'un fibré de Seifert  $\Sigma$ , sphère d'homologie entière, est égal, au signe près, à la moitié de la caractéristique d'Euler de  $\hat{R}(\pi_1(\Sigma))$ .»*

Pour un fibré de Seifert  $\Sigma$ , sphère d'homologie entière,  $\hat{R}(\pi_1(\Sigma))$  est une réunion disjointe de variétés différentiables de dimension paire. P. Kirk et E. Klassen étudient en détails  $\hat{R}(\pi_1(\Sigma))$  dans [KK] où ils donnent en particu-

lier une approche du calcul de la caractéristique d'Euler de  $\hat{R}(\pi_1(\Sigma))$ . D'autre part, K. Walker, dans [W], a défini, pour toute sphère d'homologie entière (et même rationnelle!), une structure complexe sur l'espace tangent  $T\hat{R}$  pour laquelle  $T\hat{Q}_1$  et  $T\hat{Q}_2$  sont totalement réels, ceci permet de justifier l'intervention de la caractéristique d'Euler de chaque composante connexe de  $\hat{R}(\pi_1(\Sigma))$  dans l'expression de l'invariant de Casson de  $\Sigma$ ; il pourrait être intéressant de comprendre pourquoi les caractéristiques d'Euler de toutes les composantes apparaissent avec le même signe...

*Remarque.* Le calcul effectué ci-dessous et la formule de chirurgie de Casson 1.3.3 suffisent pour calculer l'invariant de Casson de toutes les sphères d'homologie entière fibrées de Seifert (voir [FMS] et [NW]). En fait, la généralisation par K. Walker de l'invariant de Casson et de la formule de chirurgie 1.3.3 ([W]) permettent un calcul beaucoup plus simple de ce nouvel invariant généralisé pour toutes les sphères d'homologie rationnelle fibrées de Seifert (voir [L]).

Je remercie M. Boileau, qui m'a décrit le scindement de Heegaard du paragraphe 2, L. Guillou, A. Marin, qui m'a suggéré le calcul du paragraphe 3.A, et P. Vogel.

§1. PRÉSENTATION DES ESPACES ET ÉNONCÉ DU THÉORÈME

*Notations.* Dans cet appendice,  $a_1, a_2$  et  $a_3$  désigneront trois entiers positifs deux à deux premiers entre eux.

On note  $\Sigma(a_1, a_2, a_3)$  la sphère de Brieskorn qui admet les deux présentations de chirurgie équivalentes (voir [Rf] chapitre 9 §G):

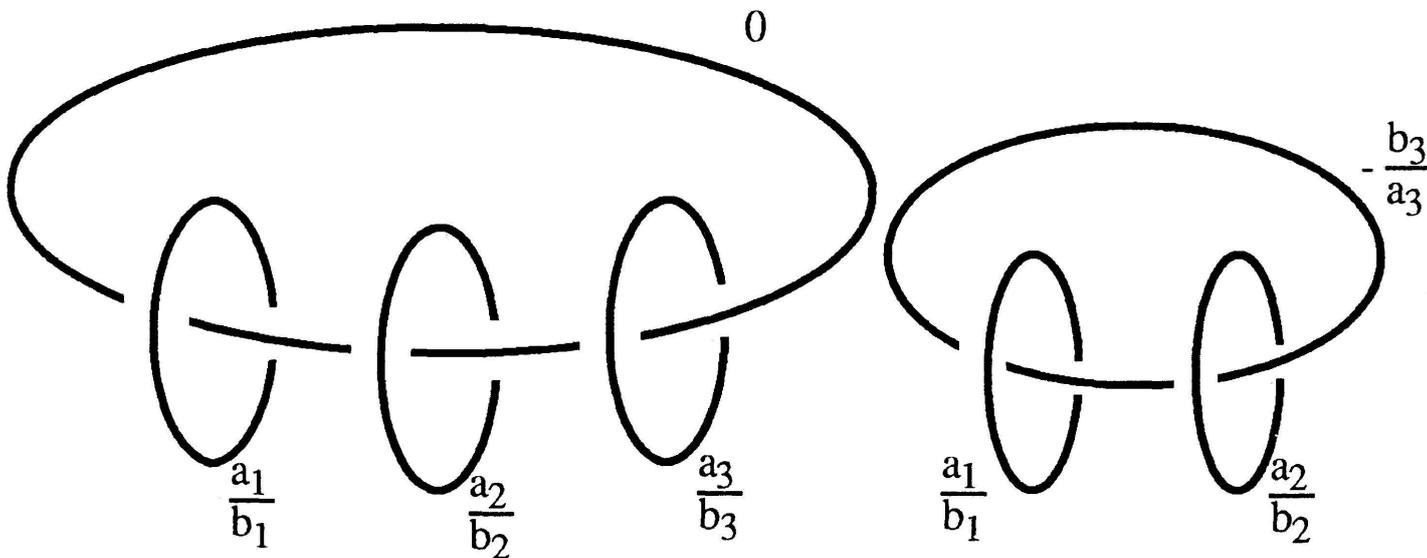


FIGURE 1

FIGURE 2