

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 43 (1997)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** THE NORMALISER ACTION AND STRONGLY MODULAR LATTICES  
**Autor:** Nebe, Gabriele  
**Kurzfassung**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-63272>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 13.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## THE NORMALISER ACTION AND STRONGLY MODULAR LATTICES

by Gabriele NEBE<sup>\*</sup>)

ABSTRACT. We derive group theoretical methods to test if a lattice is strongly modular. We then apply these methods to the lattices of rational irreducible maximal finite groups.

### 1. INTRODUCTION

Let  $L \subseteq \mathbf{R}^d$  be an even integral lattice in the Euclidean space of dimension  $d$  and let  $L^\# \subseteq \mathbf{R}^d$  be its dual lattice. Let  $\pi(L)$  be the set of all intermediate lattices  $L \leq L' \leq L^\#$  that are inverse images of sums of Sylow subgroups of the finite abelian group  $L^\#/L$ . Then,  $L$  is said to be *strongly modular* if  $L$  is similar to  $L'$  for all  $L' \in \pi(L)$  (cf. [Que 96]). Recall that  $L$  and  $L'$  are called *similar* if there exists  $s \in GL(\mathbf{R}L)$  and  $a \in \mathbf{R}_{>0}$  such that  $Ls = L'$  and  $(vs, ws) = a(v, w)$  for all  $v, w \in \mathbf{R}L$ , where  $(,)$  denotes the Euclidean scalar product.

The automorphism group

$$G := \text{Aut}(L) = \{g \in O(\mathbf{R}L) \mid Lg \subseteq L\}$$

is conjugate to a finite subgroup of  $GL_d(\mathbf{Z})$ . Since  $G$  acts as group automorphisms on  $L^\#/L$  it preserves the lattices  $L' \in \pi(L)$ .

In Section 3 it is shown that the similarities  $L' \rightarrow L$  normalise  $G$ . So one may use the normaliser

$$N_{GL_d(\mathbf{Q})}(G) := \{n \in GL_d(\mathbf{Q}) \mid n^{-1}gn \in G \text{ for all } g \in G\}$$

---

<sup>\*</sup>) Supported by the DFG.