

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 44 (1998)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: AN ASYMPTOTIC FREIHEITSSATZ FOR FINITELY GENERATED GROUPS
Autor: Cherix, Pierre-Alain / SCHAEFFER, Gilles

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-63893>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

With that definition, the precise statement of Champetier's theorem is:

THEOREM (Champetier). *Let C be a positive constant. For every $\epsilon > 0$, there exists an integer n_0 such that for every presentation $\Gamma = \langle X | R \rangle$, with $\#R = m$, satisfying $A(C)$ and $n_0 \leq \inf\{|r| \mid r \in R\}$, the following inequalities hold:*

$$\frac{\sqrt{2(\#X) - 1}}{\#X} \leq \|h_S\| \leq \left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) \frac{\sqrt{2(\#X) - 1}}{\#X}.$$

Assume the presentation satisfies a θ -condition: then $I(\Delta) < \theta\#(\Delta) = \theta(I(\Delta) + |\omega|)$, for any reduced diagram associated with ω . As

$$\sum_{i=1}^m l_i |r_i| = \sum_{2\text{-cell } f \subset \Delta} \#(f) \leq 2I(\Delta) + E(\Delta),$$

it is easy to see that the θ -condition implies $A(\frac{2\theta}{1-\theta} + 1)$. So Champetier's theorem and the genericity of the θ -condition imply:

COROLLARY 5.3. *For every $\epsilon > 0$, every fixed $\#X = k$ and every fixed $\#R = m$, $\|h_S\|$ is generically close to $\frac{\sqrt{2(\#X)-1}}{\#X}$.*

REFERENCES

- [1] ARZHANTSEVA, G. and A. OL'SHANSKII. Generality of the class of groups in which subgroups with a lesser number of generators are free (Russian). *Mat. Zametki* 59 no. 4 (1996), 489–496.
- [2] BENDER, E. A. Central and local limit theorems applied to asymptotic enumeration. *J. Comb. Theory, Ser. A* 15 (1973), 91–111.
- [3] CHAMPETIER, C. *Introduction à la petite simplification*. Proceedings of the congress 'Cayley graphs', École Normale Supérieure de Lyon, France, 13–15 décembre 1993.
- [4] — Cocroissance des groupes à petite simplification. *Bull. London Math. Soc.* 25 (1993), 438–444.
- [5] — Propriétés statistiques des groupes de présentation finie. *Adv. Maths.* 116 (1995), 197–262.
- [6] CHERIX, P.-A. Generic result for the existence of free semi-group. In: *Séminaire de théorie spectrale et géométrie, no. 13, Université de Grenoble I, Institut Fourier* (1994–1995), 123–133.
- [7] GRIGORCHUK, R. Symmetrical random walks on discrete groups. *Multicomponent random systems* (1978), 285–325.
- [8] GROMOV, M. Hyperbolic groups. In: *Essays in Group Theory*, S.M. Gersten Ed. *M.S.R.I. Publ.* 8 (1987), 75–263.

- [9] KESTEN, H. Full Banach mean values on countable groups. *Math. Scand.* 7 (1959), 146–156.
- [10] ——— Symmetric random walks on groups. *Trans. Amer. Math. Soc.* 92 (1959), 336–354.
- [11] LYNDON, R. E. and P. C. SCHUPP. *Combinatorial Group Theory*. Springer, 1977.
- [12] MAGNUS, W. Über diskontinuierliche Gruppen mit einer definierenden Relation. *J. Reine Angew. Math.* 163 (1930), 141–163.
- [13] OL'SHANSKII, A. Almost every group is hyperbolic. *International J. of Algebra and Computation* 2 (1992), 1–17.
- [14] STREBEL, R. Small cancellation groups. *Sur les groupes hyperboliques d'après Mikhael Gromov*, E. Ghys and P. de la Harpe Ed. *Progr. Math.* 83 (1990), 227–273 Birkhäuser (Boston).
- [15] TITS, J. Free subgroups in linear groups. *Journal of Algebra* 20 (1972), 250–270.

(Reçu le 17 octobre 1997)

Pierre-Alain Cherix

School of mathematics
University of New South Wales
Sydney, 2052
Australia
e-mail: pacherix@maths.unsw.edu.au

Gilles Schaeffer

LaBRI
Université Bordeaux I
351 Cours de la Libération
33405 Talence Cedex
France
e-mail: Gilles.Schaeffer@labri.u-bordeaux.fr