

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 46 (2000)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ARITHMETIC OF BINARY CUBIC FORMS  
**Autor:** HOFFMAN, J. William / MORALES, Jorge

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-64795>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

where  $\mathbf{x} = 9x_1 + (4 + \sqrt{79})x_2$  and  $k = -1, 0, 1$ . Similar computations can be done for  $\bar{M}$  (taking the  $\mathbf{Z}$ -basis  $\{9, -4 + \sqrt{79}\}$ ) and  $C$  (with the natural basis  $\{1, \sqrt{79}\}$ ).

Module	Cubic Forms	Determining Form
$M$	$-68x_1^3 + 111x_1^2x_2 - 60x_1x_2^2 + 11x_2^3$ $5x_1^3 + 24x_1^2x_2 + 33x_1x_2^2 + 16x_2^3$ $868x_1^3 + 3729x_1^2x_2 + 5340x_1x_2^2 + 2549x_2^3$	$9x_1^2 + 8x_1x_2 - 7x_2^2$
$\bar{M}$	$-868x_1^3 + 3729x_1^2x_2 - 5340x_1x_2^2 + 2549x_2^3$ $-5x_1^3 + 24x_1^2x_2 - 33x_1x_2^2 + 16x_2^3$ $68x_1^3 + 111x_1^2x_2 + 60x_1x_2^2 + 11x_2^3$	$9x_1^2 - 8x_1x_2 - 7x_2^2$
$C$	$-9x_1^3 + 240x_1^2x_2 - 2133x_1x_2^2 + 6320x_2^3$ $3x_1^2x_2 + 79x_2^3$ $9x_1^3 + 240x_1^2x_2 + 2133x_1x_2^2 + 6320x_2^3$	$x_1^2 - 79x_2^2$

## REFERENCES

- [1] ARNDT, F. Zur Theorie der binären kubischen Formen. *J. Crelle* 53 (1857), 309–321.
- [2] BOREVICH, Z. I. and I. R. SHAFAREVICH. *Number Theory*. Academic Press, New York, 1966.
- [3] CAYLEY, A. Two letters on cubic forms. *Quarterly Math. J.* 1 (1857), 85–87, 90–91 = *Collected Mathematical Papers*, vol. 3, 9–12, Cambridge Univ. Press, 1890.
- [4] DICKSON, L. E. *History of the Theory of Numbers*, vol. III. Chelsea, 1952.
- [5] — On invariants and the theory of numbers. *The Madison Colloquium*. Dover Publications, New York, 1966.
- [6] EISENSTEIN, G. Théorèmes sur les formes cubiques et solution d'une équation du quatrième degré à quatre indéterminées. *J. Crelle* 27 (1844), 75–79 = *Mathematische Werke*, Band I, Chelsea Publ. Co., 1975, 1–5.
- [7] — Untersuchungen über die cubischen Formen mit zwei Variabeln. *J. Crelle* 27 (1844), 89–104 = *Mathematische Werke*, Band I, Chelsea Publ. Co., 1975, 10–25.
- [8] HERMITE, C. Lettre à Cayley sur les formes cubiques. *Œuvres*, tome 1, 437–439, Gauthier-Villars, 1905.

- [9] IGUSA, J. I. Lectures on Forms of Higher Degree. *Tata Institute Lectures on Mathematics and Physics*, vol. 59. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1978.
- [10] KNUS, M.-A., A. MERKURJEV, M. ROST and J.-P. TIGNOL. *The Book of Involutions*. American Mathematical Society Colloquium Publications, vol. 44, 1998.
- [11] KNESER, M. Composition of binary quadratic forms. *J. Number Theory* 15 (1982), 406–413.
- [12] LANG, S. *Algebra*. Addison-Wesley, 1971.
- [13] PEPIN, TH. Théorie des fonctions homogènes du troisième degré, à deux variables. *Atti Accad. Pont. Nuovi Lincei* 37 (1883), 227–294.
- [14] MILNE, J. S. *Étale Cohomology*. Princeton University Press, 1980.
- [15] SPRINGER, T. A. *Invariant Theory*. Lecture Notes in Mathematics, vol. 585, Springer-Verlag, 1977.
- [16] WRIGHT, D. J. The adelic zeta function associated with the space of binary cubic forms, I: global theory. *Math. Ann.* 270 (1985), 503–534.

(Reçu le 3 juin 1999)

J. William Hoffman and Jorge Morales

Louisiana State University  
Department of Mathematics  
Baton Rouge, LA 70803  
USA

*e-mail*: hoffman@math.lsu.edu  
          morales@math.lsu.edu