

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 46 (2000)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** PREMIER NOMBRE DE BETTI ET SPECTRE DU LAPLACIEN DE CERTAINES VARIÉTÉS HYPERBOLIQUES  
**Autor:** Bergeron, Nicolas  
**Kurzfassung**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-64797>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## PREMIER NOMBRE DE BETTI ET SPECTRE DU LAPLACIEN DE CERTAINES VARIÉTÉS HYPERBOLIQUES

par Nicolas BERGERON

ABSTRACT. The notion of an  $l$ -geodesic cycle in a hyperbolic manifold generalises, in dimension  $l$ , that of a closed geodesic. In this note we study some topological properties of such cycles. Then we show that the existence of geodesic cycles of codimension 1 allows one to prove that there exist isospectral non isometric hyperbolic manifolds of every dimension. Finally, we give a simple criterion using geodesic cycles that ensures the existence of small eigenvalues of the Laplace operator in a finite cover of a hyperbolic manifold.

### INTRODUCTION

Soit  $M$  une variété riemannienne.

DÉFINITIONS. On appelle *cycle géodésique de dimension  $l$*  dans  $M$  la donnée d'une immersion  $i: F \rightarrow M$  d'une variété compacte  $F$  de dimension  $l$  dans  $M$  telle que pour tout  $x$  dans  $F$ , il existe un voisinage ouvert  $U$  de  $x$  dans  $F$  tel que  $i(U)$  soit une sous-variété totalement géodésique de  $M$ . On dira qu'un tel cycle *se relève* à un revêtement  $\tilde{M}$  de  $M$  s'il existe un revêtement fini  $\tilde{F}$  de  $F$  auquel  $i$  se relève en une application  $\tilde{i}: \tilde{F} \rightarrow \tilde{M}$ .

Dans cet article on étudie l'influence de l'existence de tels cycles dans les *variétés hyperboliques* (i.e. les variétés riemanniennes de courbure constante égale à  $-1$ ), tant sur le plan topologique que géométrique. Notre premier théorème est une propriété topologique de ces cycles (une généralisation en dimension quelconque de résultats de Scott [Sc] et de Long [Lo]).