Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 46 (2000)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: TOPOLOGIE DES COURBES ALGÉBRIQUES RÉELLES : UNE QUESTION DE FELIX KLEIN

Autor: Gabard, Alexandre

Kurzfassung

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-64798

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 02.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

L'Enseignement Mathématique, t. 46 (2000), p. 139–161

TOPOLOGIE DES COURBES ALGÉBRIQUES RÉELLES : UNE QUESTION DE FELIX KLEIN

par Alexandre GABARD

RÉSUMÉ. On étudie la topologie des courbes algébriques réelles selon le *point de vue de Klein*, i.e. on s'intéresse au plongement de la partie réelle d'une courbe réelle dans sa complexifiée. Le résultat principal est une caractérisation des plongements possibles pour les courbes *planes*, obtenue en montrant qu'une restriction due à Rohlin est essentiellement la seule. Ce résultat répond à une question posée par Klein, puis par Gross et Harris.

1. INTRODUCTION

Une courbe algébrique projective complexe $C \subset \mathbf{P}^n$ lisse et irréductible est (pour la topologie transcendante) une surface connexe compacte orientable. Si de plus C est *réelle* (i.e. définie par des équations à coefficients réels) alors la conjugaison complexe $\sigma \in \mathrm{Gal}(\mathbf{C}/\mathbf{R})$, par le biais de son action sur $\mathbf{P}^n$ coordonnée par coordonnée, préserve globalement le lieu complexe C, en fixant point par point l'ensemble des points réels que l'on notera $C(\mathbf{R})$.

A la courbe réelle C est donc associée une *surface symétrique* (X, σ), c'est-à-dire une surface connexe compacte orientable X munie d'une involution continue σ qui *renverse l'orientation.*

Felix Klein disposait non seulement de la classification topologique des surfaces symétriques, mais savait aussi qu'elles sont toutes réalisables comme l'action de Galois sur une courbe algébrique réelle. Cela étant, Klein se demandait ce qu'il advient si l'on se restreint aux *courbes planes* (cf. [K3], p. 155, note en bas de page) ; de façon précise :

PROBLÈME DE KLEIN. *Caractériser les surfaces symétriques qui admettent un modèle comme l'action de Galois sur une courbe réelle lisse du plan.*