

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 49 (2003)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ENDOMORPHISMES DES VARIÉTÉS HOMOGÈNES  
**Autor:** Cantat, Serge  
**Kapitel:** 3.1 Tores  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-66689>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.04.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

un endomorphisme non surjectif si et seulement si  $H$  est un plan ou une quadrique de  $\mathbf{P}^3$  (voir [4] et [8]).

Dans ce texte, nous analysons le cas des espaces homogènes compacts. Ceci permet de quitter le monde des variétés kählériennes et de traiter des exemples significatifs en dimension de Kodaira négative.

### 3. VARIÉTÉS HOMOGÈNES KÄHLÉRIENNES

Une variété complexe compacte est homogène si le groupe de ses difféomorphismes holomorphes agit transitivement sur la variété. Dans ce cas, la variété est isomorphe au quotient d'un groupe de Lie complexe  $G$  par un sous-groupe de Lie complexe fermé  $H$  (voir [2]).

Cette partie classe les endomorphismes des variétés complexes compactes qui sont à la fois kählériennes et homogènes.

#### 3.1 TORES

Soit  $V$  un espace vectoriel complexe de dimension finie  $n$ ,  $\Gamma$  un réseau de  $V$  et  $A = V/\Gamma$  le tore associé. Puisque le fibré tangent de  $A$  est trivial, le principe du maximum montre que la différentielle de tout endomorphisme  $f: A \rightarrow A$  est constante. Les endomorphismes de  $A$  sont donc les transformations affines de  $V$  qui permutent les orbites de  $\Gamma$ . Les homothéties de rapport entier fournissent des exemples explicites mais il existe quelques exemples nettement plus riches.

EXEMPLE 3.1. Soit  $\Lambda$  un réseau de la droite complexe  $\mathbf{C}$ . Pour tout entier  $n$ ,  $\Lambda^n$  est un réseau de  $\mathbf{C}^n$  stabilisé par l'action des endomorphismes linéaires de  $\mathbf{C}^n$  à coefficients entiers. Ainsi, pour  $n = 2$ , la transformation linéaire

$$(5) \quad \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

induit un endomorphisme de degré topologique  $2^4$  sur  $\mathbf{C}^2/\Lambda^2$ .

#### 3.2 VARIÉTÉS DE DRAPEAUX

Le deuxième type d'exemples est fourni par les variétés de drapeaux, c'est-à-dire les quotients compacts et lisses  $S/P$  où  $S$  est un groupe de Lie complexe semi-simple et  $P$  est un sous-groupe de Lie complexe connexe. Les