

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 50 (2004)  
**Heft:** 1-2: L'enseignement mathématique

**Artikel:** Nombre de solutions dans une binade de l'équation  $A^2 + B^2 = C^2 + C$   
**Autor:** Muller, Jean-Michel / Nicolas, Jean-Louis / Roblot, Xavier-François

### **Bibliographie**

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-2645>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 08.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## 4.5 RÉCAPITULATION

Par (1.18), (4.2), (4.16) et (4.42), il vient

$$Q(N, \lambda) = \alpha(\lambda)N + \tilde{R}(N, \lambda)$$

avec

$$(4.49) \quad \tilde{R}(N, \lambda) = -Q_1(N, \lambda) + Q_3(N, \lambda) + Q_4(N, \lambda) + \varepsilon(N, \lambda)$$

et (1.8) résulte de (4.48), (4.35), (4.41) et (1.32).

La méthode utilisée pour obtenir (4.48), (4.35) et (4.41) montre que, pour tout  $\lambda$  fixé,  $\lambda > \sqrt{2}$ , on a  $Q_1(N, \lambda) = O_\lambda(N^{7/8}(\log N))$ ,  $Q_3(N, \lambda) = O_\lambda(N^{1/2}(\log N))$ ,  $Q_4(N, \lambda) = O_\lambda(1)$ , et, par (1.31), on a  $\varepsilon(N, \lambda) = O_\lambda(1)$ ; ainsi, par (4.49), (1.6) est démontré, ce qui achève la preuve du théorème 1.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] COHEN, H. *A Course in Computational Algebraic Number Theory*. Springer-Verlag, 1993.
- [2] CRANDALL, R. and C. POMERANCE. *Prime Numbers: A Computational Perspective*. Springer-Verlag, 2001.
- [3] DABOUSSI, H. et J. RIVAT. Explicit upper bounds for exponential sums over primes. *Math. Comp.* 70 (2001), 431–447.
- [4] DESHOUILLEERS, J.-M. and H. IWANIEC. On the greatest prime factor of  $n^2 + 1$ . *Ann. Inst. Fourier* 32 (1982), 1–11.
- [5] DICKSON, L. E. *Studies in the Theory of Numbers*. The University of Chicago Press, 1930.
- [6] ———. *History of the Theory of Numbers*, t. 3. Chelsea Publishing Company, 1971.
- [7] GRAHAM, S. and G. KOLESNIK. *Van der Corput's Method of Exponential Sums*. London Math. Soc. Lecture Note Series 126. Cambridge University Press, 1991.
- [8] HANROT, G., J. RIVAT, G. TENENBAUM and P. ZIMMERMANN. Density results on floating-point invertible numbers. *Theoret. Comput. Sci.* 291 (2003), 135–141.
- [9] HARDY, G. H. and E. M. WRIGHT. *An Introduction to the Theory of Numbers*, 4th edition. Oxford at the Clarendon Press, 1964.
- [10] HOOLEY, C. On the greatest prime factor of a quadratic polynomial. *Acta Math.* 117 (1967), 281–299.
- [11] ———. *Applications of Sieve Methods to the Theory of Numbers*. Cambridge Tracts in Mathematics 70. Cambridge University Press, 1976.
- [12] HUXLEY, M. N. Exponential sums and lattice points, III. *Proc. London Math. Soc.* (3) 87 (2003), 591–609.
- [13] IWANIEC, H. *Topics in Classical Automorphic Forms*. Graduate Studies in Mathematics, vol. 17. Amer. Math. Soc., 1991.

- [14] Le système MAPLE de calcul formel, <http://www.maplesoft.com>
- [15] MULLER, J.-M. *Elementary Functions, Algorithms and Implementations*. Birkhäuser, 1997.
- [16] NITAJ, A. L'algorithme de Cornacchia. *Expositiones Math.* 13 (1995), 358–365.
- [17] Le système PARI/GP, <http://www.parigp-home.de>
- [18] SIERPIŃSKI, W. Sur un problème du calcul des fonctions asymptotiques. *Prace mat.-fiz.* 17 (1906), 77–118; et *Œuvres Choiesies*, vol. 1, 73–108.
- [19] SMITH, H. J. S. *The Collected Mathematical Papers of Henry John Stephen Smith*, vol. 1. Chelsea Publishing Company, 1965.
- [20] VAALER, J. Some extremal functions in Fourier analysis. *Bull. Amer. Math. Soc.* 12 (1985), 183–216.
- [21] WEIL, A. On some exponential sums. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* 34 (1948), 204–207.

(Reçu le 18 novembre 2003)

Jean-Michel Muller

Laboratoire d'Informatique du Parallélisme, UMR 5668  
Ecole Normale Supérieure de Lyon  
46, allée d'Italie  
F-69364 Lyon Cedex 07  
France  
*e-mail*: Jean-Michel.Muller@ens-lyon.fr

Jean-Louis Nicolas

Xavier-François Roblot

Institut Girard Desargues, UMR 5028  
Bâtiment Doyen Jean Braconnier  
Université Claude Bernard (Lyon 1)  
21, avenue Claude Bernard  
F-69622 Villeurbanne  
France  
*e-mail*: jlnicola@in2p3.fr  
roblot@euler.univ-lyon1.fr