Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 52 (2006)

Heft: 3-4: L'enseignement mathématique

Artikel: Constantes de Seshadri du diviseur anticanonique des surfaces de Del Pezzo

Autor: Broustet, Amaël

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-2233

LEMME 3.1. *Soit un couple (d, α), où d est un entier strictement positif et α un r-uplet $\alpha = (a_1, \ldots, a_r)$. On note X_r l'éclatement de $\mathbf{P}^2$ en r points distincts en position très générale, H le tiré en arrière d'un diviseur hyperplan de $\mathbf{P}^2$, E_i la préimage du point d'éclatement x_i. On désigne par $\overline{M}_{(0,0)}(X_r)(d, \alpha)$ l'espace de modules des morphismes stables non pointés de genre 0 et de classe $dH - \sum_{i=1}^r a_i E_i$. Si $3d - 1 - \sum a_i < 0$ alors $\overline{M}_{(0,0)}(X_r)(d, \alpha)$ est vide.*

L'espace de module $\overline{M}_{(0,0)}(X_r)(d, \alpha)$ paramètre les morphismes vers X_r de toutes les courbes C réduites, connexes, de genre 0, au plus nodales et dont l'image dans X_r est numériquement équivalente à $dH - \sum_{i=1}^r a_i E_i$. Il faut noter que les restrictions ne portent que sur les singularités de C et non sur son image dans X_r. En particulier, toute courbe rationnelle irréductible et réduite dans X_r, de classe $dH - \sum_{i=1}^r a_i E_i$, est obtenue comme l'image par un morphisme stable de $\overline{M}_{(0,0)}(X_r)(d, \alpha)$. Une courbe rationnelle Γ ayant une intersection négative avec le diviseur anticanonique de X vérifie

$$3d - \sum_{i=1}^{13} a_i \leqslant 0$$

et n'existe donc pas puisque l'espace de module correspondant $\overline{M}_{(0,0)}(X_r)(d, \alpha)$ est vide d'après le lemme.

REMERCIEMENTS. Je remercie Thierry Vust pour sa lecture attentive d'une première version de ce texte.

BIBLIOGRAPHIE

[BDPP] BOUCKSOM, S., J. P. DEMAILLY, M. PAUN and T. PETERNELL. The pseudo-effective cone of a compact Kähler manifold and varieties of negative Kodaira dimension (http://arxiv.org/abs/math/0405285).

[D] DEMAILLY, J. P. Singular Hermitian metrics on positive line bundles, Complex algebraic varieties. Proc. Conf., Bayreuth/Ger. 1990. Lecture Notes in Math. *1507*, 1992, 87–104.

[F] FULTON, W. *Algebraic Curves.* Benjamin, New York-Amsterdam, 1969.

[GLS] GREUEL, G. M., C. LOSSEN and E. SHUSTIN. Geometry of families of nodal curves on the blown-up projective plane. *Trans. Amer. Math. Soc. 350* (1998), 251–274.

[GP] GÖTTSCHE, L. and R. PANDHARIPANDE. The quantum cohomology of blow-ups of $\mathbf{P}^2$ and enumerative geometry. *J. Differential Geom. 48* (1998), 61–90.

[H] HARTSHORNE, R. *Algebraic Geometry*. Graduate Texts in Mathematics *52*, Springer, New York-Heidelberg, 1977.

[L] LAZARSFELD, R. *Positivity in Algebraic Geometry I. Classical Setting: Line Bundles and Linear Series*. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete *48*, Springer, Berlin, 2004.

(Reçu le 18 janvier 2006)

A. Broustet

Institut Fourier, UFR de Mathématiques
Université de Grenoble 1, UMR 5582
BP 74
F-38402 Saint Martin d'Hères
France
e-mail: broustet@ujf-grenoble.fr