

Zeitschrift: Zeitschrift des Vereins Schweizerischer Konkordatsgeometer [ev. = Journal de la Société suisse des géomètres concordataires]
Herausgeber: Verein Schweizerischer Konkordatsgeometer = Association suisse des géomètres concordataires
Band: 7 (1909)
Heft: 3

Artikel: Über Fehlergrenzen
Autor: [s.n.]
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-180693>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zeitschrift

des

Vereins Schweizer. Konkordatsgeometer

Organ zur Hebung und Förderung des Vermessungs- und Katasterwesens

Jährlich 12 Nummern. Jahresabonnement Fr. 4.—

Unentgeltlich für die Mitglieder.

Redaktion:
J. Stambach, Winterthur.**Expedition:**
Geschwister Ziegler, Winterthur

Über Fehlergrenzen.

Bei der Betrachtung der verschiedenen Vermessungsinstruktionen führt die Verschiedenheit der Fehlergrenzen nach ihrer Größe, aber auch nach den Gesichtspunkten, die zu ihrer Aufstellung geführt haben, zu interessanten Vergleichen. Zu der nackten Formel oder Vorschrift, die einer Diskussion fähig sind, gesellt sich im konkreten Falle dann noch die subjektive Ansicht und Auslegung des Verifikators, so daß es in dem Stadium des Überganges, in dem wir uns befinden, gewiß von hohem Werte ist, eine Diskussion über den Wert des bisher in Kraft bestandenen und über dasjenige, was an dessen Stelle zu treten hat, in die Wege zu leiten. Nachfolgende Erörterungen sind diesem Zwecke gewidmet, und es ist nur zu hoffen, daß die aufgeworfenen Fragen einer allseitigen Würdigung begegnen und einen Meinungs austausch wachrufen.

Beobachtungsfehler.

Die Fehler, welche bei unsern Messungen vorkommen, sind verschiedener Art.

Zufällige Fehler sind solche, deren Vorkommen in positivem oder negativem Sinne gleich wahrscheinlich ist. Dazu gehören die Zielfehler bei gut beleuchteten Signalen, die Schätzungsfehler an Nivellierlatten und an Kreisteilungen, die sogenannten Kontaktfehler bei Längenmessungen, kleine Exzentrizitätsfehler von Instrument und Signalen, die unregelmäßigen Teilungsfehler u. a. m.

Unter regelmäßigen oder in weiterm Sinne gesetzmäßigen Fehlern sind solche zu verstehen, welche einem gewissen, einfacheren oder komplizierteren Gesetze folgen. Als einfachsten und am häufigsten vorkommenden regelmäßigen Fehler nennen wir die unrichtige Länge von Maßstäben bei der Längenmessung. Durch genaue Vergleichung von Maßstäben mit einem Komparator bei gegebener Temperatur kann deren Länge für diese und mit Hilfe des Wärmeausdehnungskoeffizienten auch für andere Temperaturen bestimmt werden. Dadurch gelangen wir zu der Kenntnis des Fehlergesetzes und mit dessen Anwendung zur Elimination des durch unrichtige Länge der Maßeinheit bewirkten Längenmeßfehlers. Bei Präzisionsmessungen wird die Abweichung jeder Stangen- oder Meßbandlage von der Horizontalen und deren seitliche Ausweichung bestimmt, und durch die betreffenden Korrektionsformeln in Rechnung gebracht, ebenso die Reduktion auf einen einheitlichen, gewöhnlich den Meereshorizont.

Ohne darauf weiter eingehen zu wollen, erinnern wir hier nur noch an systematische Kreisteilungsfehler, deren Elimination wenigstens teilweise durch Ablesung an zwei oder vier Nonien und durch Benutzung möglichst verschiedener Lagen des Teilkreises bei der Winkelmessung möglich ist.

Für die landläufige Praxis besitzen wir in der Regel die Mittel nicht, unsere Längenmeßwerkzeuge mit der wünschbaren Sicherheit vergleichen zu können, eine in dieser Zeitschrift (Jahrgang 1907, Seite 105) an die schweizerische Landestopographie gerichtete Anregung zur Errichtung von durch Bolzeu versicherten Normalien an öffentlichen Gebäuden scheint nicht an ihre Adresse gelangt zu sein, und auch die Einladung an die Berufskollegen, sich zum Zwecke weitem Vorgehens zustimmend zu äußern, hat bis jetzt nur geringen Erfolg aufzuweisen. Der schweizerische Geometer ist also nach wie vor im Falle, die ihm von den Fabriken gelieferten Längenmeßwerkzeuge als fehlerlos anzunehmen und zu gebrauchen; über die durch Einfluß der wechselnden Feuchtigkeit bewirkten Änderungen ist er vollends im Ungewissen.

Wir sind deshalb gegenwärtig noch nicht in der Lage, die regelmäßigen Längenmeßfehler auch nur annähernd durch Beobachtung und Rechnung zu beseitigen.

Bei unsern gewöhnlichen Längenmessungen haben wir außer den regelmäßigen noch die einseitig wirkenden Fehler, hervor-

gerufen durch die ungenaue Horizontierung, seitliches Ausweichen und das Einschlagen der Längenmeßwerkzeuge, sowie die Reduktion auf den Meereshorizont zu erwähnen. Je nachdem letztere zu kurz oder zu lang sind, addieren oder subtrahieren sie sich zu den regelmäßigen Fehler derselben. Es empfiehlt sich deshalb, wenn die nötigen Hilfsmittel zu Gebote stehen, eine Fünfmeterstange auf 5001 mm abzugleichen. In der Meereshöhe von 450 m ergibt die Reduktion von 5 m auf den Meereshorizont 0.35 mm, der Restbetrag von 0.65 mm ergibt sich bei einer Abweichung der Stange aus der Normallage um 8 cm, was bei einigermaßen schwierigem Terrain und der gewöhnlichen Art des Vorgehens als nicht zu hoch gegriffen erscheinen muß.

Wir kommen deshalb zum Schlusse, daß bei Längenmessungen die einseitig wirkenden Fehler von gleicher Art wie die regelmäßigen sind, d. h. deren Einfluß annähernd proportional der Länge zunimmt, indessen der Einfluß der unregelmäßigen oder zufälligen Fehler nur mit der Quadratwurzel aus der Länge wächst.

Die preußische Anweisung IX vom 25. Oktober 1881 berücksichtigt diese beiden Arten von Fehlern durch eine Toleranzformel von der Form

$$m = \sqrt{(\alpha \sqrt{l})^2 + (\beta l)^2}$$

und bestimmt als zulässige Abweichung zweier unabhängiger Messungen derselben Länge l für ebenen günstigen Boden:

$$a = 0.01 \sqrt{4l + 0.005 l^2}$$

Für mittleren Boden und unebenen ungünstigen Boden sind die Koeffizienten von l und l^2 beziehungsweise

$$6, 8, 0.075 \text{ und } 0.01$$

. Die Vermessungs-Instruktion des Konkordates bestimmt in Art. 31 „Scharfe Grenzzeichen vorausgesetzt, dürfen die Ergebnisse zweier unabhängig voneinander auszuführenden Messungen derselben Strecke um

$$0.003 \text{ bis höchstens } 0.01 \sqrt{4l + 0.0005 l^2} \text{ ,}$$

im gebirgigen Terrain um das $1\frac{1}{2}$ fache von einander abweichen“, kopiert somit die preußische Anweisung für ebenes Gelände in der Hauptsache, setzt aber noch eine schärfere Fehlergrenze durch den Qualitätsfaktor 0.003 fest.

Die württembergischen Vorschriften bestimmen für wenig unebenes Gelände und sichere Endpunkte (wie bei Polygonzügen):

$$a = 0,01 \sqrt{l} + 0,0005 l$$

für mittleres Gelände, wo häufiger zu senkeln ist:

$$a = 0,015 \sqrt{l} + 0,0006 l$$

und für sehr unebenes Gelände, wo regelmäßig zu senkeln ist:

$$a = 0,02 \sqrt{l} + 0,007 l$$

Vergleichsweise ergaben für günstiges und sehr ungünstiges Terrain:

l	Konkordatsinstr.		Württemb. Vorschriften	
1	0,02	0,03	0,01	0,02
10	0,064	0,10	0,04	0,07
50	0,14	0,21	0,10	0,18
100	0,21	0,31	0,15	0,27
500	0,57	0,85	0,47	0,80
1000	0,95	1,43	0,82	1,33
1500	1,31	1,96	1,14	1,82

Aus der Vergleichung geht hervor, daß die württembergischen Anforderungen etwas strenger sind als diejenigen unserer Vermessungs-Instruktion, welche namentlich den Einfluß der zufälligen Fehler für Distanzen bis zu 100 m ungebührlich überschätzt.

Die grundsätzliche Trennung von zufälligen und regelmäßigen Fehlern, wie sie die württembergische Fehlertoleranz aufweist, scheint uns auch vom praktischen und theoretischen Standpunkte aus angemessener als die Zusammenkoppelung derselben unter dem Wurzelzeichen, die eben für die Fehlerwirkung zwei Vorzeichen zuläßt, während für Messungen mit denselben Maßstäben das Vorzeichen für den Einfluß der regelmäßigen Fehler stets derselbe bleibt. Sodann ist die Berücksichtigung des Einflusses der einseitig wirkenden Fehler in den württembergischen Vorschriften leicht erkennbar, in ebenem, gutem Gelände sollte derselbe verschwindend klein sein, das zweite Glied gibt deshalb $0,005 l = 1/2000 l$ gewissermaßen geradezu als Toleranz der Lattenlängen an und durch die Zunahme desselben bei ungünstigem Terrain ist den einseitig wirkenden Fehlern Rechnung getragen, wie dies auch für die zufälligen Fehler in unzweideutiger Weise hervor geht.

Bei der Änderung unserer Anforderungen an die Längenmessungen dürfte deshalb 1. die Toleranz etwas enger bemessen, 2. eine dem Wesen der württembergischen entsprechende Fehlerformel aufgestellt werden.

In der Hauptversammlung des O. G.-V. vom 31. Januar ist von Herrn Kantonsgeometer Leemann die Anregung gemacht worden, es seien in die neu aufzustellende eidgenössische Vermessungs-Instruktion nebst den bisherigen Toleranzen für die höchstens zulässigen Fehler auch Toleranzen für die aus einer größeren Anzahl von Fehlern zu bestimmenden mittleren Fehler einzusetzen, indem er die Beurteilung der Güte einer Arbeit nach dem mittlern Fehler als richtiger und gerechter hält als eine individuelle Wertschätzung. Der mittlere Fehler sei (nach Jordan, Helmert, Gauß) als ein Drittel des Grenzfehlers anzunehmen.

Aus unserer Vermessungs-Instruktion werden dann zur Bekräftigung dieser Ansicht die Art. 17 und Art. 31, letzterer mit der Fehlertoleranz

$$a = 0,003 \text{ bis höchstens } 0,01 \sqrt{4l + 0,005 l^2}$$

angeführt, mit dem Hinweise, daß man durchaus nicht, wie bisweilen fälschlich angenommen wurde, für den Grenzfehler einen Spielraum gewähren, sondern offenbar sagen wolle, die untere Grenze entspreche dem mittleren Fehler, die obere dem Maximalfehler.

Die Diskussion sei auffallenderweise mehr von den Kollegen der älteren Generation als von den jüngern, welche eigentlich zufolge der Einführung der Fehlertheorien in den Unterrichtsplan der Geometerschule mitzusprechen berufen gewesen wären, benützt worden.

Man wird mich entschuldigen, wenn ich die in letzterem Satze verdeckte Liebeswürdigkeit in meinem und im Namen meiner jüngeren Kollegen, namentlich aber im Hinblick auf den Erlaß einer neuen Vermessungs-Instruktion etwas näher beleuchte.

Die Formel lautet:

$$a = 0,01 \sqrt{4l + 0,005 l^2}$$

Prüft man dieselben auf die Grenzen von 1, 0 und ∞ , so erscheinen die für unsere Betrachtungen unbrauchbaren Resultate

$$a = 0 \quad a = \infty.$$

Nimmt man dagegen zuerst $l = 1$ und dann $l =$ einer über 10 000 liegenden Zahl, so wird für den ersten Fall das zweite Glied unter der Wurzel, im zweiten Falle das erste belanglos.

Für $l = 1$ m wird $a = 0,02$ m gleich dem Einfluß der zufälligen Fehler.

Für ein großes l dagegen nähert sich a der Grenze

$$a = 0,01 \cdot l \sqrt{\frac{50}{10,000}} = l \frac{\sqrt{50}}{10,000} = \frac{1}{141,4} l$$

dem Einfluß der regelmäßigen Fehler. Es ist damit gesagt, daß der relative Fehler unserer Meßwerkzeuge den Betrag von rund $\frac{1}{141,4}$ nicht übersteigen dürfe.

Sei nun der Maximalfehler

$$a = \frac{1}{100} \sqrt{4l + \frac{5}{1000} l^2}$$

$$\text{der mittlere Fehler } \frac{a}{3} = \frac{1}{300} \sqrt{4l + \frac{5}{1000} l^2}$$

so wird der in unserer Formel angegebene Einfluß der einseitig wirkenden Fehler gleich oder größer als der Leemann'sche mittlere Fehler sobald

$$\frac{1}{100} l \sqrt{\frac{5}{1000}} \geq \frac{1}{300} \sqrt{4l + \frac{5}{1000} l^2}$$

Die Entwicklung führt zu

$$l \geq 100 \text{ m}$$

Die Probe zeigt, daß für $l = 100$, $a = 0,21$, $\frac{a}{3} = 0,07$,

$$\frac{1}{100} l \sqrt{\frac{5}{1000}} = 0,0707 \text{ ist.}$$

Für $\frac{2}{3} a$, also das Doppelte des „mittleren“ Fehlers, würden die regelmäßigen Fehler für $l \geq 8000$ m überwiegen, d. h. bei Distanzen von 100 m und darüber müßte nach der Annahme Leemann der Einfluß der zufälligen Fehler zunächst verschwinden und dann negativ werden, und wollte der Verifikator als Konzession sogar den doppelten mittleren Fehler zulassen, so stünde man bei Distanzen von 8000 m an vor dem gleichen Dilemma.

Wir kommen nach diesen Entwicklungen zum Schlusse, daß vom Grenz- oder Maximalfehler im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung so lange nicht auf einen mittleren Fehler, der $\frac{1}{3}$ des Maximalfehlers betragen soll, übergegangen werden kann, als einseitig wirkende Fehlereinflüsse in unsern Messungen sich geltend machen. Die Zahlen 0,003 bis 0,01 sind deshalb in der Tat als Qualitätskoeffizienten und die Zurückhaltung der jüngeren Mitglieder bei der Diskussion nicht als Zustimmung zu der vorgetragenen Theorie aufzufassen.

(Fortsetzung folgt.)

Die gewöhnliche Polygonzugausgleichung.

Von R. Sigg, Konkordatsgeometer, St. Gallen.

Gemäß der Vermessungsinstruktion des Geometerkonkordates soll die Länge der Polygonlinien in der Regel mindestens 50 m (jedenfalls nicht unter 30 m) und nicht über 150 m betragen, und der Gesamtwinkelfehler soll auf die einzelnen Winkel des Zuges gleichmäßig (?) verteilt werden. Die Koordinatenwidersprüche sind auf die einzelnen Punkte proportional den Koordinatenunterschieden (?) zu verteilen.

Gemäß der eidgenössischen Instruktion für Waldvermessungen soll die Länge der Hauptpolygonseiten in der Regel über 60 m und nie unter 30 m betragen. Bezüglich der Abschlußfehler f_y und f_x hat eine proportionale Ausgleichung auf die Zwischenpunkte stattzufinden.

Während die eidgenössische Instruktion über die Winkelfehlerverteilung überhaupt nichts sagt und für die Koordinatenabschlußfehler nur eine proportionale Ausgleichung auf die Zwischenpunkte verlangt, ohne Angabe, auf welcher Basis diese proportionale Verteilung vorzunehmen sei, sagt uns die Konkordatsinstruktion, daß die Winkelfehler gleichmäßig auf die einzelnen Winkel und die Koordinatenwidersprüche proportional den Koordinatenunterschieden zu verteilen seien.

Vermutlich wird eine Großzahl der Geometer die Ausgleichung nach der Konkordatsinstruktion vornehmen. Die häufige mechanische Verarbeitung der Polygonzüge und die meistens gute Abschluß-