

**Zeitschrift:** Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres  
**Herausgeber:** Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres  
**Band:** 13 (1915)  
**Heft:** 7

**Artikel:** La ligne géodésique et le nouveau système de coordonnées  
**Autor:** Ansermet  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-183606>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Wird diese Figur auf ein Pauspapier gezeichnet und dasselbe derart auf den Plan gelegt, dass die eingezeichneten Planaxen mit den Rändern des Planes parallel laufen, und gleichzeitig der Anfangs- oder Endpunkt der in Betracht kommenden Planstrecke mit dem Scheitelpunkt der Strahlen zusammenfällt, so ist auf einen Blick ersichtlich, welcher der eingetragenen Richtungen diese Strecke am nächsten liegt, beziehungsweise welches der ihr zukommende Planverzug ist.

Da die Winkel  $\varphi$  unabhängig von den Grössen  $p$  und  $q$  sind, so kann die Figur für alle beliebigen Verhältnisse verwendet werden, wenn nur jeweils die Strahlen mit den entsprechenden Werten  $p$ ,  $q$  und  $p\varphi$  angeschrieben werden. Damit diese Werte leicht von Fall zu Fall geändert werden können, schreibt man sie am besten in Blei.

Zürich, im Mai 1915.

W. Leemann.

---

### La ligne géodésique et le nouveau système de coordonnées.

---

L'étude de la ligne géodésique est l'un des problèmes les plus captivants des mathématiques pures et appliquées et il faut s'étonner avec raison qu'il n'ait pas été compris dans le nouveau programme d'examens. Le but de cet article est de combler dans une certaine mesure cette lacune en montrant que le problème de la ligne géodésique, qui se rattache par certains côtés aux régions les plus élevées des mathématiques, peut être abordé dès qu'on connaît les premiers éléments du calcul différentiel et intégral et de la géométrie analytique dans l'espace.

Considérons une surface  $F$  absolument quelconque, algébrique ou transcendante, rapportée à des axes de coordonnées rectangulaires. Soit  $F(x, y, z) = 0$  son équation sous forme implicite, ceci pour avoir plus de symétrie et  $APB$  la ligne géodésique joignant les points  $A$  et  $B$  (il y a une double infinité de ces lignes sur la surface  $F$ ).

Désignons par  $ds$  un élément quelconque dont les projections sur les axes sont  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$

$$ds = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$$

la longueur totale de l'arc A P B sera :

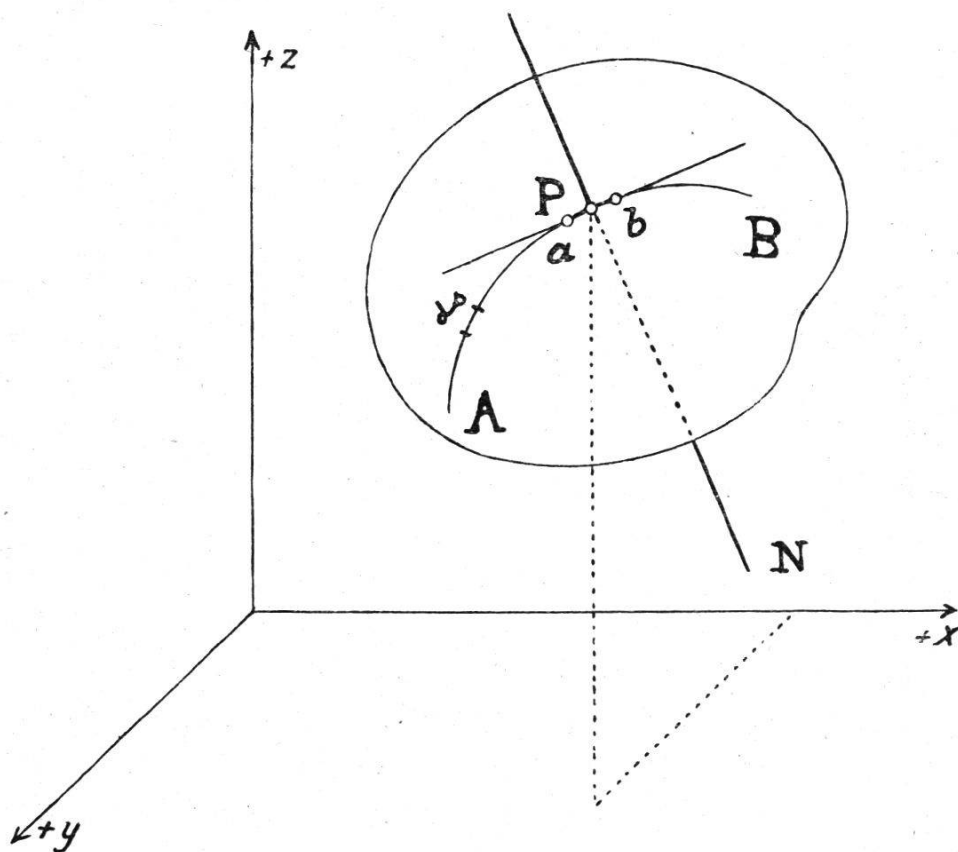
$$\int_A^B \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$$

$dx, dy, dz$  étant liées par

$$(1) \quad \frac{dF}{dx} dx + \frac{dF}{dy} dy + \frac{dF}{dz} dz = 0$$

différentielle totale de  $F(x, y, z) = 0$

Soit  $P(x_0, y_0, z_0)$  un point quelconque de la ligne géodésique,  $a$  et  $b$  les deux points infiniment voisins sur cette ligne.



Par le point P passe un plan tangent à la surface en ce point et une droite  $N$  perpendiculaire à ce plan et qu'on appelle la *normale à la surface*; enfin les 3 points  $a P b$  déterminent un plan appelé *plan osculateur* de la ligne géodésique en P.

Nous sommes maintenant en mesure d'énoncer les propriétés qui définissent et caractérisent la ligne géodésique; nous n'en retiendrons que quatre, indépendantes les unes des autres, chacune d'elles entraînant immédiatement les trois autres.

1° La ligne géodésique  $APB$  est *la plus courte*, tracée sur la surface entre les points  $A$  et  $B$ , c'est-à-dire est la ligne de longueur minimum.

2° Le plan osculateur en chaque point contient la normale à la surface en ce point.

3° La ligne  $APB$  est la figure que prendra un fil homogène et sans poids, tendu entre  $A$  et  $B$ , le frottement n'existant pas.

4° La ligne géodésique est la trajectoire d'un mobile lancé sur la surface, sans être sollicité par aucune force.

Cette dernière propriété n'est qu'une des nombreuses manifestations de ce principe de la moindre action qu'on rencontre dans les lois de la mécanique (réflexion et réfraction de la lumière, réflexion des ondes sonores, d'une boule de billard, etc.).

Interprétons algébriquement les deux premières propriétés :

$$1^{\circ} \int_A^B \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2} = \text{minimum}$$

2° L'équation (1) exprime la perpendicularité entre un élément  $(dx, dy, dz)$  et le vecteur  $\left( \frac{dF}{dx}, \frac{dF}{dy}, \frac{dF}{dz} \right)$ , en d'autres termes la normale à la surface a pour équation :

$$\frac{x-x_0}{\frac{dF}{dx}} = \frac{y-y_0}{\frac{dF}{dy}} = \frac{z-z_0}{\frac{dF}{dz}}$$

et il suffit d'exprimer que cette droite est dans le plan osculateur.

*Applications.* Le problème se simplifie beaucoup dans certains cas particuliers, par exemple pour les surfaces *développables* (cône, cylindre, etc.); la ligne géodésique d'un cylindre est une hélice; en général, il suffira de développer la surface et de joindre par une droite les points  $A$  et  $B$  dans le développement. Si la surface  $F$  est *réglée*, les génératrices seront des lignes géodésiques. Pour la surface de la terre il peut se présenter deux cas :

a) On assimile cette surface à une sphère; les lignes géodésiques sont des arcs de grand cercle.

b) On considère la terre comme ellipsoïde de révolution, soit comme quadrique réglée à génératrices imaginaires. Le problème se complique beaucoup; on applique la formule de Clairaut:  $r \sin A = \text{Constante}$ ;  $r$  est la distance de chaque point d'une

*même* ligne géodésique à l'axe de révolution et A l'angle formé par cette ligne avec le méridien, soit l'azimut correspondant à la distance  $r$ ; cette formule est générale pour les surfaces de révolution et a été utilisée par Rosenmund pour l'étude du *nouveau système suisse de coordonnées*. La ligne géodésique dans le nouveau système de projection (comme dans tous les systèmes d'ailleurs) n'est pas représentée par une *ligne droite* et Rosenmund a reconnu que l'écart maximum se produisait près de Chiasso; supposons une base de 10 kilomètres dans cette région: la ligne géodésique qui joint les extrémités de cette base deviendra en projection une courbe s'écartant de la ligne droite de 4 centimètres au maximum et coupant cette dernière sous un angle de 3 secondes sexagésimales; on ne peut vraiment pas demander mieux.

Ansermet.

## **Die Einführung des Grundbuches der Gemeinde St. Moritz.**

Bis jetzt wurde in der Gemeinde St. Moritz die Registrierung der Rechtsgeschäfte über Grundstücke nach dem sog. Fertigungssystem vorgenommen; der Erwerb, sowie die Rechte und Lasten der Grundstücke wurden also der Reihe ihrer Anmeldung nach (chronologisch) in das Kauf- oder Pfandprotokoll eingetragen. Der Hauptnachteil dieses Fertigungssystems, die durch die chronologische Aufzeichnung verursachte Unübersichtlichkeit der Rechtsverhältnisse an einem *einzelnen* Grundstück, führte im vorliegenden Falle direkt zur praktischen Unbrauchbarkeit dieses Fertigungsprotokolls als öffentliche Publizitätseinrichtung. In St. Moritz war der Rechtsverkehr an Grundstücken in den letzten dreissig Jahren infolge der zahlreichen Hotel-, Bahn- und Strassenbauten und der intensiv betriebenen Bodenspekulation ein so ausserordentlich reger, dass die gesamten Eigentums- und Grenzverhältnisse von Grund aus umgestaltet wurden. In den Gebieten, die als Bau terrain in Betracht kamen, waren die Veränderungen so durchgreifend, dass auf vielen Originalplänen der 1879/81 durchgeführten Katastervermessung kaum mehr eine einzige Parzelle zu finden ist, die in ihrer damaligen Grösse und Gestalt erhalten blieb. Wenn man nun bedenkt, dass alle während dieses Zeitraumes erfolgten Veränderungen einfach chronologisch ins