

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 17 (1919)

Heft: 4

Artikel: Statik der Luft-Seilbahnen [Fortsetzung]

Autor: Zwicky, C.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-185574>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Damit fanden die Feldarbeiten für das Lötschbergtunnel-Präzisions-Nivellement ihren Abschluß. (Schluß folgt.)

Statik der Luft-Seilbahnen.

Von C. Zwicky, Professor an der Eidgen. Technischen Hochschule Zürich.

(Fortsetzung.)

B.

Belastung des Seiles durch sein eigenes Gewicht.

I.

Allgemeines.

Ein Seil von der Länge s sei in seinen beiden Endpunkten A und B aufgehängt und nur durch sein eigenes Gewicht G belastet. Die Art seiner Befestigung bei A und bei B werde vorläufig nicht in Betracht gezogen; ferner setzen wir zunächst voraus, das Seil besitze einen Querschnitt, dessen Größe sich von A bis B stetig ändere, so daß auch das Seilgewicht per Längeneinheit eine veränderliche Größe darstellt.

Unter diesem allgemeinsten Fall einer kontinuierlichen Belastung durch parallele Kräfte nimmt die Linie der Achse des gebogenen Seiles, d. h. die Seilkurve, eine Form an, die man als *Kettenlinie* bezeichnet.

Die in Figur 1^a gezeichnete Seilkurve beziehen wir auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit horizontaler x -Achse und dem tiefsten Kurvenpunkte P_0 als Koordinatenursprung. Ein beliebiger Kurvenpunkt P mit der Abszisse x habe die Tangente t_P , welche die Neigung $p_P = \tan \tau$ besitzt. An dieser Stelle sei g_x das Seilgewicht pro Längeneinheit der Abszisse x .

Im Kräftepolygon der Figur 1^b stellt die Strecke AB das Seilgewicht G für die ganze Länge $\widehat{AB} = s$ dar. Mit $AO \parallel t_A$ und $BO \parallel t_B$ erhält man den Pol O des Kräftepolygons, wobei die Strecken $OA = S_A$ und $BO = S_B$ die in A und B auftretenden Auflager-Reaktionen darstellen, während die zu t_0 und t_P parallelen Strecken $O\mathfrak{P}_0$ und $O\mathfrak{P}$ die in den Seilquerschnitten bei P_0 und P auftretenden Zugkräfte S_0 und S_P liefern.

Unter Benützung der spezifischen Seilbelastung g_x , die wir uns durch eine Belastungsfläche mit den Ordinaten $g_x = \varphi(x)$ gegeben denken, ergibt sich nun für das Gewicht des Seilstückes

Fig. 1.^a
Seilkurve

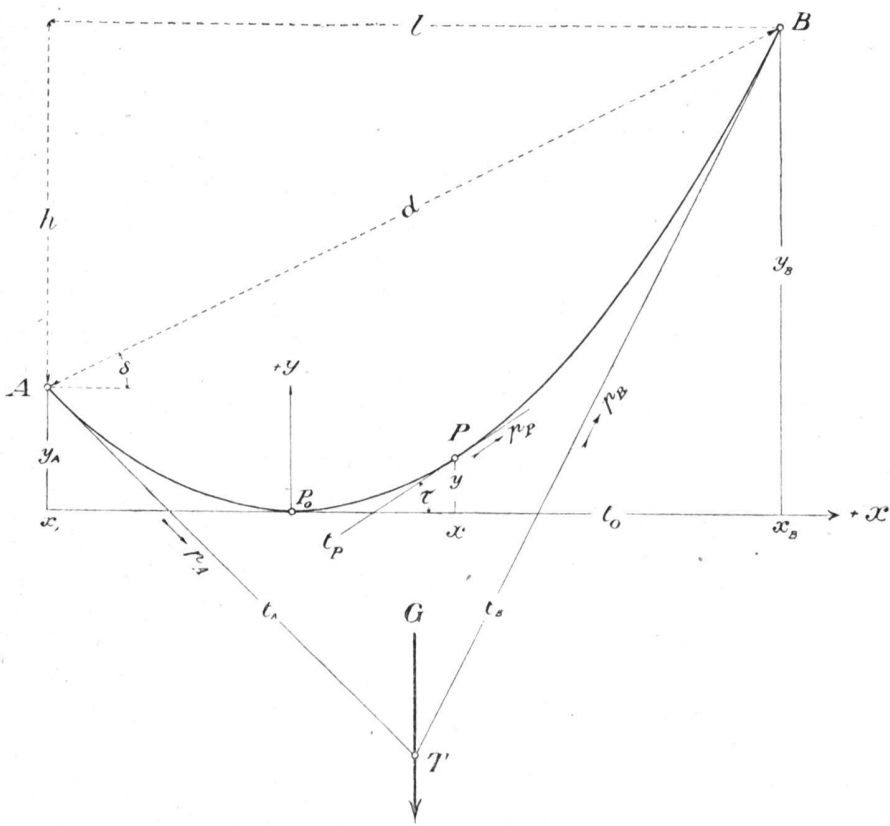
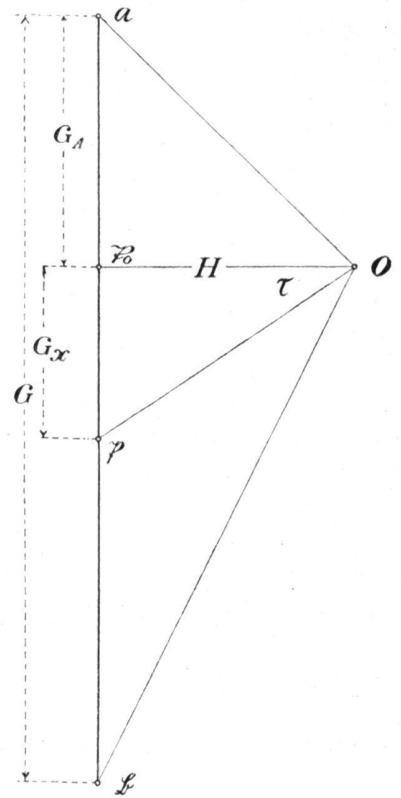


Fig. 1.^b
Kräftepolygon



$$\begin{aligned} \text{von } P_0 \text{ bis } P \text{ mit der Länge } s_x : G_x &= \int_0^x g_x \cdot dx \\ \text{„ } P_0 \text{ „ } B \text{ „ „ „ } s_B : G_B &= \int_0^{x_B} g_x \cdot dx \\ \text{„ } P_0 \text{ „ } A \text{ „ „ „ } s_A : G_A &= \int_0^{x_A} g_x \cdot dx \end{aligned}$$

und somit für das ganze Seil

$$\text{von } A \text{ bis } B \text{ mit der Länge } s = s_A + s_B : G = \int_{x_A}^{x_B} g_x \cdot dx.$$

Der horizontale Strahl $O \mathfrak{P}_0 = S_0$ stellt die „Poldistanz“ H des Kräftepolygons dar. Mit dieser letztern ergibt sich aus Figur 1^b:

$$\mathfrak{A} \mathfrak{P}_0 = G_A = H \cdot (-p_A) \quad \text{und} \quad P_0 \mathfrak{B} = G_B = H \cdot (+p_B)$$

$$\mathfrak{A} \mathfrak{B} = G_A + G_B = H (p_B - p_A)$$

$$H = \frac{G}{p_B - p_A}. \quad (1)$$

Damit erhält man für die Zugkräfte $S_P = O \mathfrak{P}$, sowie mit dem Eisenquerschnitt F des Drahtseiles für die Zugspannungen σ_P :

$$\text{bei } A : S_A = \sqrt{H^2 + G_A^2} = H \cdot \sqrt{1 + p_A^2}; \quad \sigma_A = \frac{S_A}{F}$$

$$\text{bei } B : S_B = \sqrt{H^2 + G_B^2} = H \cdot \sqrt{1 + p_B^2}; \quad \sigma_B = \frac{S_B}{F}$$

$$\text{bei } P : S_P = \sqrt{H^2 + G_x^2} = H \cdot \sqrt{1 + p_P^2}; \quad \sigma_P = \frac{S_P}{F}$$

Die obige Berechnung der Zugkräfte ist der graphischen Bestimmung der letztern aus dem Kräftepolygon dann vorzuziehen, wenn es sich um wenig ausgebogene Seile handelt, bei denen H im Verhältnis zu G sehr groß ausfällt, so daß die graphische Methode wegen schleifender Schnitte bei O die Kräfte S_P nicht hinreichend genau liefern würde.

Für die Neigung p_P der Tangente t_P in Figur 1^a und des Strahles $O \mathfrak{P}$ in Figur 1^b ergibt sich ferner:

$$p_P = \text{tang } \tau = \frac{dy}{dx} \quad \text{und} \quad p_P = \frac{G_x}{H}, \text{ also}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{G_x}{H} = \frac{1}{H} \cdot \int_0^x g_x \cdot dx.$$

Durch Differenzieren erhält man hieraus als

Differentialgleichung der Kettenlinie

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{H} \cdot \frac{dG_x}{dx} = \frac{g_x}{H}. \quad (2)$$

Ist nun das Belastungsgesetz für das Seil gegeben durch eine Gleichung

$$\underline{g_x = \varphi(x)},$$

dann erhält man aus (2) durch zweimalige Integration die Kurvengleichung der Kettenlinie:

$$\underline{x = \int \int \varphi(x) \cdot dx^2 + c_1 \cdot x + c_2.}$$

Für die praktische Anwendung kommen hinsichtlich des Belastungsgesetzes $g_x = \varphi(x)$ namentlich die folgenden zwei Spezialfälle in Betracht:

1. $g_x = g' = \text{konstant.}$

Damit erhält man für das Gewicht G des ganzen Seiles:

$$G = \int_{x_A}^{x_B} g' \cdot dx = g' (x_B - x_A) = g' \cdot l.$$

Somit ist $g' = \frac{G}{l}$, d. h. das Gewicht ist gleichmäßig über die Spannweite l verteilt. In diesem Spezialfalle ist die Seilkurve eine Parabel mit vertikaler Achse, wie unter II. näher ausgeführt werden wird.

2. $g_x = g \cdot \frac{ds}{dx}$, wo $g = \text{konstant.}$

Dafür wird $G = \int_{x_A}^{x_B} g \cdot \frac{ds}{dx} \cdot dx = g \cdot \int_{x_A}^{x_B} ds = g \cdot s.$

Somit ist hier $g = \frac{G}{s}$, d. h. das Gewicht des Seiles ist gleichmäßig über die Länge l des gebogenen Seiles verteilt, wie es bei einem Seil mit konstantem Querschnitt der Fall ist. Die Seilkurve, welche diesem Belastungsgesetz entspricht, wird als die *gewöhnliche* Kettenlinie bezeichnet.

Der Kürze wegen wollen wir diese beiden Seilkurvenformen einfach als *Parabel* und *Kettenlinie* unterscheiden.

Da es sich bei dem Drahtseil für eine Luftseilbahn der Natur der Sache nach nur um ein Seil mit konstantem Querschnitt handeln kann, so kommt hiebei in theoretischer Hinsicht nur die Seilkurve von der Form einer gemeinen Kettenlinie in Betracht, so daß man sich bei den theoretischen Spezialuntersuchungen auf diese letztere Kurvenform beschränken könnte.

Tatsächlich liegen aber die Verhältnisse so, daß auch hier der parabelförmigen Seilkurve in mehrfacher Hinsicht eine große praktische Bedeutung zukommt. In erster Linie ist das einfache Belastungsgesetz: ($g_x = g' = \text{konstant}$) in aller Strenge gültig hinsichtlich der Belastung eines Seiles durch Schneedruck, sowie für die Belastung der Seilträger einer Drahtseilbrücke durch das Eigengewicht der Fahrbahn; ferner entspricht dieses Gesetz

mit großer Annäherung den Verhältnissen hinsichtlich des eigenen Gewichtes eines solchen Seiles, das gegenüber der Sehne A B nur eine geringe Ausbiegung aufweist, wie es z. B. bei den Drähten einer Luftleitung für elektrische Ströme der Fall ist. — Aber auch bei den wesentlich stärker ausgebogenen Drahtseilen einer Luftseilbahn, wo die Form der Seilkurve von einer Parabel schon erheblich abweicht, kommt dieser letztern Kurve eine grundlegende Bedeutung zu, weil sie eine bequem zu berechnende Näherungskurve darstellt; die durch letztere gefundenen Resultate sind entweder für die Bedürfnisse der Praxis hinreichend genau, oder sie können wenigstens dazu verwertet werden, die richtige Kettenlinie auf einfachere Weise zu ermitteln.

Gerade des letztern Umstandes wegen ist es angezeigt, die parabelförmige Seilkurve zuerst zu behandeln. (Fortsetzung folgt.)

Zur Taxationsfrage.

Das große Ringen der Völker „um den Platz an der Sonne“ hat ins Wirtschaftsleben der ganzen zivilisierten Gesellschaft tiefe Furchen gezogen. Einige wenige sind unermesslich reich geworden; die Großzahl der Menschen gehört aber zu denen, deren finanzielle Widerstandskraft stark gelitten hat. Der einfache Handwerker wie der Gelehrte, der vom Ertrage seiner Arbeit leben muß, leidet unter der ungeheuren Geldentwertung und sieht sich um, wie er sein Einkommen so steigern könne, daß die neue Summe ungefähr der Kaufkraft seines Lohnes vor dem Kriege entspreche. Da wo der einzelne machtlos ist, schließt er sich zusammen mit Gleichgesinnten oder Berufskollegen, und wir sehen seit einem Jahre Verbände von Angestellten und Beamten entstehen, die früher kaum einmal daran gedacht haben, jemals gewerkschaftliche Kampfmethoden zur Erreichung ihrer Existenzmittel anzuwenden.

Aus dieser Strömung heraus, die wie ein ins Wasser geworfener Stein immer weitere Kreise zieht, ist wohl auch der vor kurzem erfolgte enge Zusammenschluß der Privatgeometer zu erklären, welche nun in der Februar-Nummer in einem Artikel „Taxationswesen“ einheitliche Forderungen für die künftigen Taxationen von Grundbuchvermessungen postulieren.

Das gestellte Problem ist aber nicht nur von großer Bedeutung für denjenigen Berufskollegen, der als freier Unter-