

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 19 (1921)

Heft: 3

Artikel: Bestimmung der Fehlerellipse beim einfachen Vorwärtseinschneiden
[Schluss]

Autor: Baeschlin, F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-186793>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Bestimmung der Fehlerellipse beim einfachen Vorwärtseinschneiden.

(Schluß.)

Führt man die Ausdrücke (8)—(11) in die Formen [a a], [b b] und [a b] ein, so erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 [a a] &= \frac{y^2}{\left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} + \frac{y^2}{\left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} \\
 [b b] &= \frac{\left(x + \frac{c}{2}\right)^2}{\left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} + \frac{\left(x - \frac{c}{2}\right)^2}{\left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} \\
 [a b] &= - \left\{ \frac{\left(x + \frac{c}{2}\right)y}{\left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} + \frac{\left(x - \frac{c}{2}\right)y}{\left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} \right\}
 \end{aligned} \tag{24}$$

Führen wir die Werte von (24) in die Formeln (19) und (22) oder (23) ein, so ist die Fehlerellipse bestimmt.

Beispiel.

$c = 1000$ Meter.

$y_0 = 10\,000$ Meter, $x_0 = 5500$ Meter.

$\mu = 1'$

$N_1 = 61^\circ 37' 46''$, $N_2 = 151^\circ 37' 46''$.

$Q_1 = \pm 13.0$ Meter; $Q_2 = \pm 1.3$ Meter.

Den Formeln (22) oder (23) kann noch eine andere Form gegeben werden.

Bekanntlich ist:

$$\cotg 2N = \frac{\cotg N - \tg N}{2} \tag{25}$$

Daraus folgt die quadratische Gleichung:

$$\cotg^2 N - 2 \cotg 2N \cotg N - 1 = 0.$$

Die Auflösung nach $\cotg N$ ergibt:

$$\cotg N = \cotg 2N \pm \sqrt{1 + \cotg^2 2N} \tag{26}$$

Setzt man für $\cotg 2N$ den Ausdruck (19) ein, so folgt:

$$\cotg N = \frac{[b b] - [a a]}{2 [a b]} \pm \sqrt{1 + \left\{ \frac{[b b] - [a a]}{2 [a b]} \right\}^2}$$

Damit nehmen die Formeln (22) die Form an:

$$A_{1 \text{ und } 2} = \frac{\mu}{\rho} \sqrt{\frac{[a a] + [b b]}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4 [a b]^2 + ([b b] - [a a])^2}} \quad (27)$$

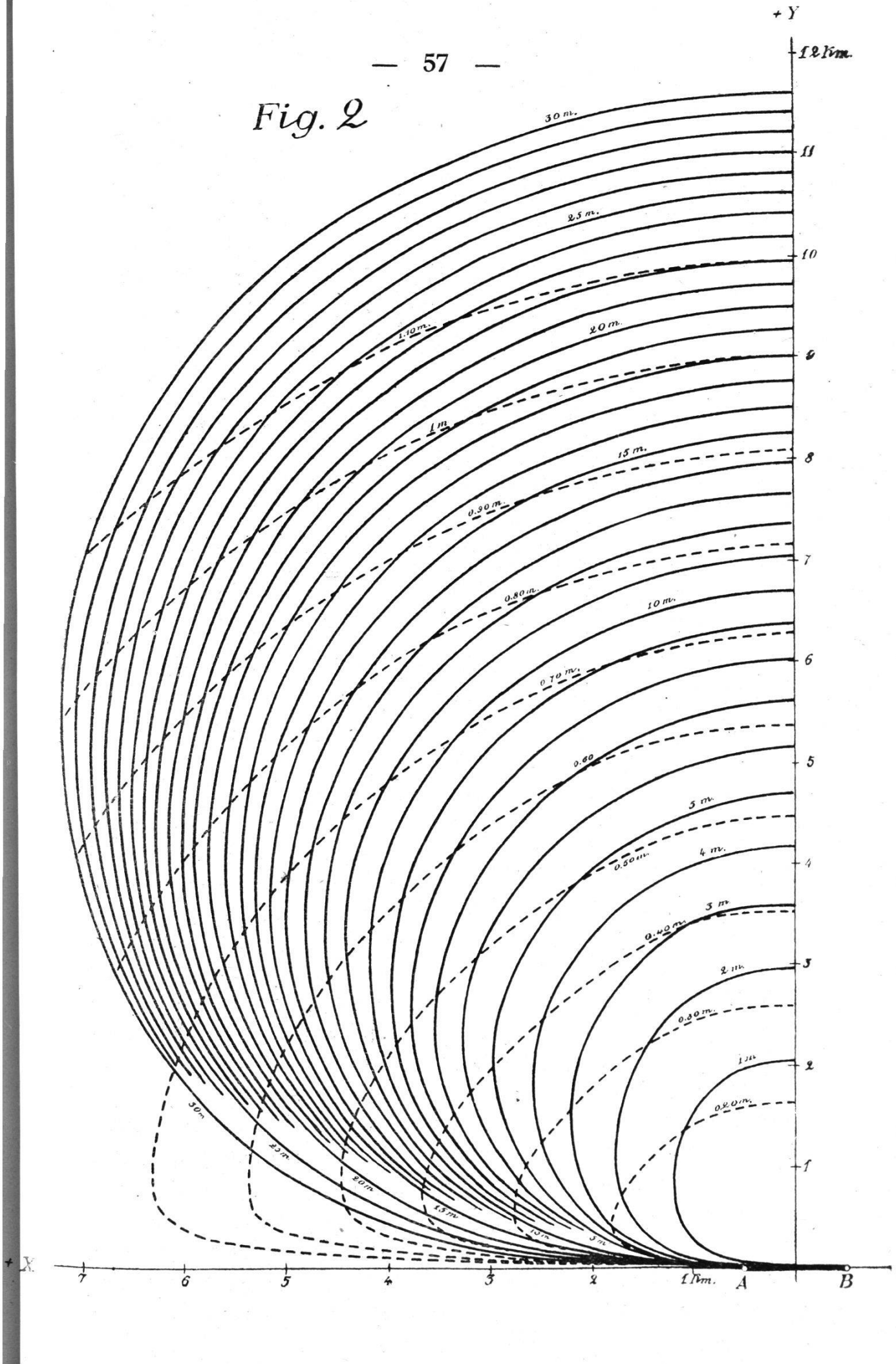
$$\frac{[a a] [b b] - [a b]^2}{[a a] [b b] - [a b]^2}$$

Mit Hilfe dieser Formel, in der $[a a]$, $[b b]$ und $[a b]$ durch die Ausdrücke (24) zu ersetzen sind, kann man die Aufgabe lösen, die Kurven zu bestimmen, welche Punkte mit gleicher großer oder kleiner Axe der mittleren Fehlerellipse miteinander verbinden.

In der nachstehenden Gleichung der Kurven gleicher Halbachsen der mittleren Fehlerellipse bedeutet a die Halbaxe und zwar ist überall das obere Vorzeichen zu nehmen, wenn es sich um die große Halbaxe, das untere, wenn es sich um die kleine Halbaxe handelt.

$$\begin{aligned} & \frac{4 a^4 \rho^4 c^4 y^4}{\mu^4} - \frac{4 a^2 \rho^2 c^2 y^2}{\mu^2} \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right] \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \\ & - \frac{4 a^2 \rho^2 c^2 y^2}{\mu^2} \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right] \\ & + \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 + \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 \\ & \quad \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \\ & + 2 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^3 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^3 \\ & + 4 \left(x + \frac{c}{2} \right)^2 y^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 - 4 \left(x - \frac{c}{2} \right)^2 y^2 \quad (28) \\ & \quad \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 \\ & + 8 \left(x + \frac{c}{2} \right) \left(x - \frac{c}{2} \right) y^2 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \\ & + \left(x + \frac{c}{2} \right)^4 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 + \left(x - \frac{c}{2} \right)^4 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 \\ & + y^4 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 + y^4 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 \\ & + 2 \left(x + \frac{c}{2} \right)^2 \left(x - \frac{c}{2} \right)^2 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \end{aligned}$$

Fig. 2



$$\begin{aligned}
 &+ 2 \left(x + \frac{c}{2}\right)^2 y^2 \left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^4 \\
 &+ 2 \left(x + \frac{c}{2}\right)^2 y^2 \left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \\
 &+ 2 \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 y^2 \left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \\
 &+ 2 \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 y^2 \left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^4 \\
 &- 2 y^4 \left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 = 0.
 \end{aligned}$$

Für Ueberschlagsbetrachtungen genügt es anzunehmen, die große Axe gehe vom Außenpunkt nach der Mitte der Basis c .

Figur 2 zeigt ausgezogen die Kurven für die großen Halbachsen, punktiert die Kurven für die kleinen Halbachsen für den Fall $\mu = 1'$ (Minute centesimal) und $c = 1000$ Meter.

Zollikon, im Oktober 1920.

F. Baeschlin.

Zur Praxis einiger Ausgleichungsaufgaben.

Von E. Hammer, Stuttgart.

Die folgenden Zeilen geben Bemerkungen zu zwei Ausgleichungsaufgaben, die *Eggert* in seine neue, wesentlich erweiterte Bearbeitung des ersten Bandes des *Jordanschen Handbuchs der Vermessungskunde* (7. Auflage, 1920) aufgenommen hat; die eine als einfaches Beispiel für *vermittelnde* Bestimmung zweier Unbekannten bei nichtlinearem Zusammenhang zwischen ihnen und den Messungen, die zweite als ebenso einfaches Beispiel für direkte *bedingte* Messungen. Meine Bemerkungen sind z. T. didaktischer Art, z. T. aber wohl auch für solche Leser von Interesse, die schon weiter in die Ausgleichungsrechnung eingedrungen sind.

I. Die *erste* der genannten Aufgaben (a. a. O. S. 72) ist die Berechnung der Koordinaten eines Lagepunktes in einem System gegebener Punkte durch «mehrfachen Bogenschnitt», wie der in Norddeutschland beliebte Ausdruck lautet. Die Aufgabe ist als ansprechendes einfaches Beispiel für vermittelnde Bestimmung zweier Unbekannten bei zunächst nichtlinearen Verbesserungsgleichungen viel behandelt worden, von *Koll* in der preußischen «Anweisung IX», von *Eggert* a. eben a. O., rech-