

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 19 (1921)

Heft: 4

Artikel: Längenbestimmung unzugänglicher Ordinaten bei
Koordinatenaufnahmen [Fortsetzung]

Autor: Löschner, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-186799>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Längenbestimmung unzugänglicher Ordinaten bei Koordinatenaufnahmen.

Von Prof. Dr. H. Löschner, Brünn, Deutsche Technische Hochschule.

(Fortsetzung.)

Die Ablesungen am Skalenmikroskoptheodolit fanden in einer Fernrohrlage, aber an zwei diametralen Ablesestellen mit direkter Ablesung von Doppelminuten und Schätzung auf 0·2' statt; die verwendete Winkeltrommel hat nur eine Ablesestelle mit 2' Noniusangabe¹. Es zeigte sich, daß die Verwendung des

Tabelle II. Winkelmessung mit Skalenmikroskop-Theodolit.

No.	Beobachter	a	α	β	x			y		
					gerechnet	wahrer Wert	Fehler	gerechnet	wahrer Wert	Fehler
					m	m	cm	m	m	cm
1	Professor Dr. Löschner	15·804 m	88° 57' 39"	64° 07' 03"	+0·569	+0·566	-0·3	31·399	31·368	-3·1
2		17·359	91° 02' 21"	60° 16' 09"	-0·569	-0·566	-0·3	31·392	31·368	-2·4
3		14·335	91° 09' 42"	45° 20' 21"	-0·300	—	—	14·810	14·830	+2·0
4		11·145	88° 50' 18"	53° 53' 00"	+0·301	—	—	14·861	14·830	-3·1
5		12·205	93° 07' 42"	49° 16' 00"	-0·827	—	—	15·133	15·180	+4·7
6		14·400	86° 52' 18"	48° 13' 21"	+0·830	—	—	15·189	15·180	-0·9
7	Ing. K. Slanina	14·613	92° 07' 06"	44° 29' 51"	-0·551	—	—	14·900	14·900	0·0
8		11·425	87° 52' 54"	53° 53' 24"	+0·551	—	—	14·906	14·900	-0·6
9		12·619	90° 53' 24"	49° 48' 12"	-0·236	—	—	15·214	15·200	-1·4
10		14·942	89° 06' 36"	45° 58' 33"	+0·236	—	—	15·215	15·200	-1·5

¹ Nach den Untersuchungen von K. Lüdemann (Z. f. V. 1920, S. 145 ff.) beträgt der mittlere Ablesefehler an einer Winkeltrommel mit 2' Noniusangabe bei raschen Messungen der Praxis rd. $\pm 156''$ ($\frac{1}{3}$ der Noniusangabe), bei Messungen mit größter Sorgfalt, aber noch ohne Lupe, rd. $\pm 80''$ ($\frac{2}{3}$ der Noniusangabe), endlich bei Ablesungen mit größter Sorgfalt und mit Lupe rd. $\pm 40''$ ($\frac{1}{3}$ der Noniusangabe).

Theodolits gegenüber der Winkeltrommel keinen bemerkenswerten Mehraufwand an Zeit erforderte. (Eine Station mit zwei Zielpunkten wurde mit dem Theodoliten durchschnittlich in sieben Minuten, mit der Winkeltrommel in 4.7 Minuten beobachtet.)

Tabelle III. Winkelmessung mit Winkeltrommel.

No.	Beobachter	a	α	β	x			y		
					gerechnet	wahrer Wert	Fehler	gerechnet	wahrer Wert	Fehler
		m			m	m	cm	m	m	cm
1	Prof. Dr. Löschner	15·804	89° 02'	64° 09'	+0·532	+0·566	+3·4	31·522	31·368	-15·4
2		17·359	90° 58'	60° 21'	-0·530	-0·566	+3·6	31·426	31·368	-5·8
3		14·335	91° 00'	45° 23'	-0·258	—	—	14·790	14·830	+4·0
4		11·145	89° 00'	53° 53'	+0·260	—	—	14·917	14·830	-8·7
5		12·205	93° 00'	49° 16'	-0·791	—	—	15·091	15·180	+8·9
6		14·400	87° 00'	48° 08'	+0·795	—	—	15·180	15·180	0·0

III b.

Bestimmung der Ordinatenlänge durch Vorwärtseinschneiden mit scharfer Orientierung zweier Schrägvisuren.

Aus Figur 4 ist:

$$\overline{J_1 P} = s_1 = \frac{a \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \quad (5)$$

$$x = s_1 \cos \alpha \quad \text{und} \quad y = s_1 \sin \alpha \quad (6)$$

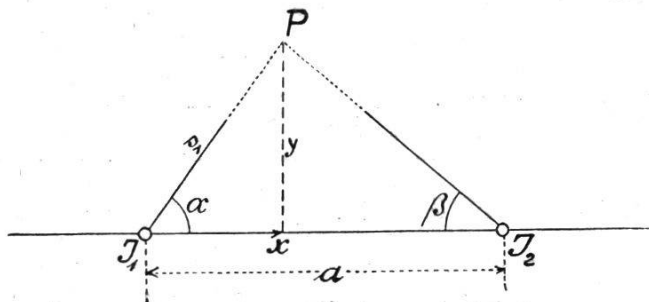


Fig. 4.

Die Tabellen IV und V geben die Ergebnisse einiger Versuchsmessungen.

Tabelle IV. Winkelmessung mit Skalenmikroskop-Theodolit.

No.	Beobachter	a	α	β	x			y		
					gerechnet	wahrer Wert	Fehler	gerechnet	wahrer Wert	Fehler
1	Prof. Dr. Löschner	33·163	60° 16' 09"	64° 07' 03"	17·930	17·926	—0·4	31·396	31·368	—2·8
2		25·480	53° 53' 00"	45° 20' 21"	10·822	—	—	14·832	14·830	—0·2
3		26·605	48° 13' 21"	49° 16' 00"	13·547	—	—	15·163	15·180	+1·7
4	Ing. Slanina	26·038	53° 53' 24"	44° 29' 51"	10·871	—	—	14·903	14·900	—0·3
5	Ing. Slanina	27·561	45° 58' 33"	49° 48' 12"	14·705	—	—	15·215	15·200	—1·5

Tabelle V. Winkelmessung mit Winkeltrummel.

No.	Beobachter	a	α	β	x			y		
					gerechnet	wahrer Wert	Fehler	gerechnet	wahrer Wert	Fehler
1	Prof. Dr. Löschner	33·163	60° 21'	64° 09'	17·915	17·926	+1·1	31·472	31·368	—10·4
2		25·480	53° 53'	45° 23'	10·832	—	—	14·845	14·830	—1·5
3		26·605	48° 08'	49° 16'	13·568	—	—	15·139	15·180	+4·1

IV.

Bestimmung der Ordinatenlänge unter Zugrundelegung von zwei sich unter einem größern Winkel schneidenden Abszissenlinien. Der Winkel wird mit Winkeltrummel oder Theodolit gemessen. Die Fußpunkte der Ordinaten werden mit Freihandwinkelabstecker (Winkelspiegel) ermittelt.

Der einfachste Fall ist der, wo die zweite Abszissenlinie mit genau 90° gegen die erste Abszissenlinie abgesteckt wird: dann

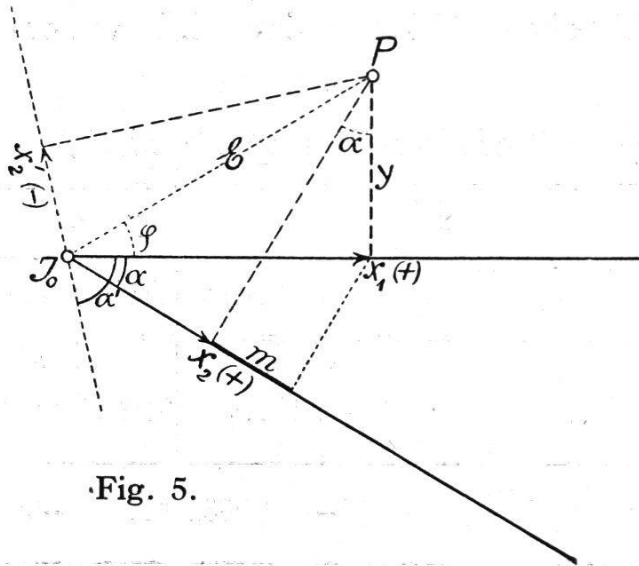


Fig. 5.

ergibt sich die Länge der unzugänglichen Ordinate unmittelbar als Abszisse der zweiten Abszissenlinie.

Aus Figur 5 folgt im allgemeinen:

$$m = x_1 \cos \alpha - x_2 = y \sin \alpha$$

hieraus :

$$y = x_1 \operatorname{ctg} \alpha - \frac{x_2}{\sin \alpha} \quad (7)$$

Sind (Δx_1) und (Δx_2) die Fehler in den Ab-

zissenlängen und ist $(\Delta \alpha)$ der Fehler in der Winkelmessung, so ergibt sich die Unsicherheit (Δy) aus :

$$(\Delta y)^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right)^2 (\Delta x_1)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right)^2 (\Delta x_2)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)^2 (\Delta \alpha)^2$$

Die Auswertung liefert:

$$(\Delta y) = \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha (\Delta x_1)^2 + \frac{1}{\sin^2 \alpha} (\Delta x_2)^2 + \left(\frac{x_2 \cos \alpha - x_1}{\sin^2 \alpha} \right)^2 (\Delta \alpha)^2}$$

oder mit $x_1 = E \cos \varphi$ und $x_2 = E \cos (\alpha + \varphi)$:

$$(\Delta y) = \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha (\Delta x_1)^2 + \frac{1}{\sin^2 \alpha} (\Delta x_2)^2 + E^2 [\cos \varphi + \operatorname{ctg} \alpha \sin \varphi]^2 (\Delta \alpha)^2} \quad (8)$$

In den Unsicherheiten (Δx_1) und (Δx_2) ist wieder neben dem unbedeutenden Fehler der Längenmessung der kombinierte Visier- und Zentrierfehler des Winkelspiegels enthalten. Der Größtwert im Einfluß von $(\Delta \alpha)$ tritt auf, wenn der zu bestimmende Punkt in der Senkrechten zur zweiten Abszissenachse X_2 liegt (so daß $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{ctg} \alpha$ oder $\alpha + \varphi = 90^\circ$). Ueberdies wächst der Einfluß von $(\Delta \alpha)$ mit E.

Die Gleichung (8) zeigt, daß alle vorkommenden Fehler (sowohl die Fehler beim Abstecken der Ordinatenfußpunkte und beim Längenmessen, wie auch die Fehler beim Messen des Winkels α) einen um so geringern Einfluß haben, je größer der Schnittwinkel α ist. Für den Größtwert des Schnittwinkels $\alpha = 90^\circ$ ergibt sich der Kleinstwert der Fehlereinflüsse, und zwar liefert (8) für diesen Fall:

$$(\Delta y)_{\text{Min.}} = \sqrt{(\Delta x_2)^2 + x_1^2 (\Delta \alpha)^2} \quad (8^*)$$

In der Praxis wird gegenüber den frühern Methoden nur der Fall mit *großem* α zweckmäßige Verwertung finden. Kleine α bringen neben ungenügender Genauigkeit auch wirtschaftlichen Nachteil.

Die Tabelle VI enthält das Ergebnis einiger mit Winkelspiegel, Hanfband und Winkeltrummel ausgeführter Versuchsmessungen, wobei y die zu x_1 gehörige Ordinate bedeutet.

Tabelle VI.

No.	α	x_1	x_2	$y = x_1 \operatorname{ctg} \alpha$ $-\frac{x_2}{\sin \alpha}$	y direkt gemessen	Fehler Δy
1	86° 48'	+12·31 m	−17·83 m	18·55 m	18·57 m	+2 cm
2	" "	+30·07 ₅	−17·05	18·76	18·72	−4
3	54° 29'	+12·31	−7·90	18·49	18·57	+8
4	" "	+30·07 ₅	+2·22 ₅	18·73	18·72	−1
5	26° 23'	+12·31	+2·65	18·85	18·57	−28
6	" "	+30·07 ₅	+18·74	18·46	18·72	+26
7	" "	+12·32	+2·78 ₅	18·57	18·56	−1
8	28° 06'	+2·65	−7·90	21·74	22·03	+29
9	" "	+18·74	+2·22 ₅	30·37	30·06	−31

Da die Versuche bei etwas windigem Wetter durchgeführt worden sind, ist unter günstigeren Verhältnissen eine Steigerung der Genauigkeit möglich.

Nimmt man für sorgfältige Arbeit den mittleren Absteckfehler beim Winkelspiegel mit $\pm 3'$ an (1·7 cm auf 20 m Ordinatenlänge) und den mittleren Absteckfehler bei der Winkeltrummel mit $\pm 2'$, so ergeben sich für die in Tabelle VI vorgeführten Beispiele (unter Vernachlässigung der geringen Fehler

beim Messen der Abszissenlängen) die in Tabelle VII verzeichneten Einflüsse ($\Delta y'$), ($\Delta y''$) und ($\Delta y'''$) als Komponenten des Ordinatenfehlers (Δy). In Tabelle VII bedeutet y_1 die zu x_1 gehörende, bisher einfach mit y bezeichnete Ordinate, auf welche sich die Fehlereinflüsse $\Delta y'$, $\Delta y''$, $\Delta y'''$ beziehen. Das y_2 ist die zu x_2 gehörende Ordinate.

Tabelle VII.

No.	α	y_1 abgerundet	y_2	Δx_1 $= y_1 \cdot \frac{3'}{3438}$	$\Delta y'$ $= \Delta x_1 \cdot \text{ctg } \alpha$	Δx_2 $= y_2 \cdot \frac{3'}{3438}$	$\Delta y''$ $= \frac{\Delta x_2}{\sin \alpha}$	$\Delta y''' =$ $\frac{\Delta x_2 (\cos \varphi + \text{ctg } \alpha \sin \varphi)}{2' \cdot 3438}$
1	86° 48'	18·5 m	13·3 m	2 cm	0 cm	1 cm	1 cm	1 cm
2	" "	18·7	31·1	2	0	3	3	2
3	54° 29'	18·5	22·7	2	1	2	2	2
4	" "	18·7	35·3	2	1	3	4	2
5	26° 23'	18·8	22·1	2	4	2	4	3
6	" "	18·5	30·1	2	4	3	7	4
7	" "	18·6	22·1	2	4	2	4	3
8	28° 06'	21·7	22·7	2	4	2	4	3
9	" "	30·4	35·3	3	6	3	6	4

Schon die wenigen praktischen Versuche (Tabelle VI) führen — gestützt durch die theoretischen Erwägungen (Gleichung 8 und Tabelle VII) zur Erkenntnis, daß kleinere Schnittwinkel zwischen den beiden Abszissenachsen (etwa unter 60°) ungünstig sind und — wenn sie nicht vermieden werden können — besonders genaue, sorgfältige Arbeit erfordern. Es ist zu beachten, daß flüchtige Handhabung des Winkelspiegels und ungünstige Begleitumstände, wie z. B. Wind, die in Tabelle VII unter

$\Delta y'$ und $\Delta y''$ verzeichneten Teilfehler leicht bis zum dreifachen Betrage anwachsen lassen.

Kann an Stelle des Winkelspiegels das moderne Doppelprisma mit Fußpunktspiegelung verwendet werden, so wird bei gleich sorgfältiger Arbeit die Ermittlung der Ordinatenfußpunkte jedenfalls verschärft werden.

V.

Eine Verfeinerung der Methode IV findet statt, wenn wieder der Freihandwinkelabstecker (Winkelspiegel) ausgeschieden wird (Fig. 6). Die Winkel α und β , deren Größe nach dem Augen-

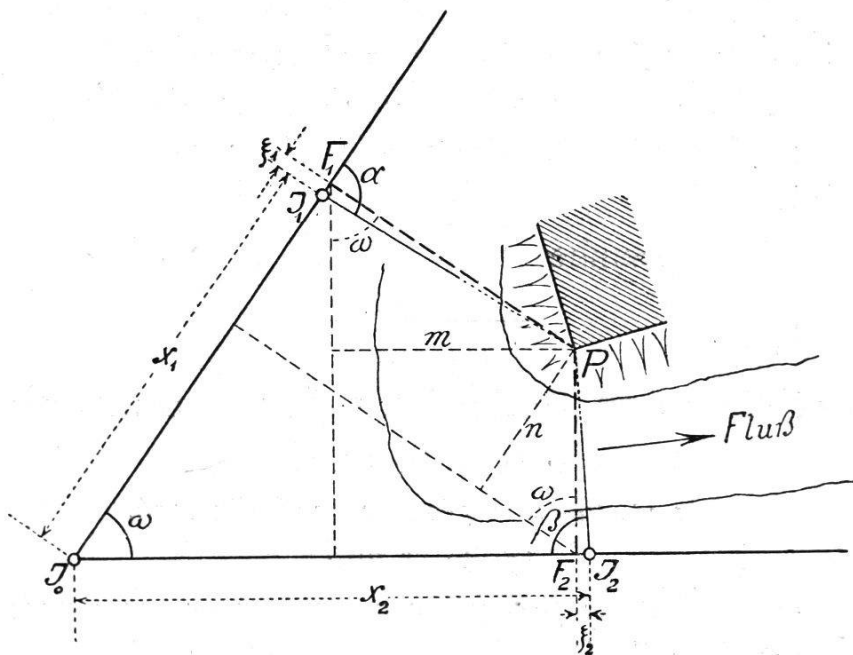


Fig. 6.

schein mit 90° angenommen ist, werden scharf gemessen, ebenso der Winkel ω und die Abszissenlängen x_1 und x_2 .

Zu rechnen sind die Strecken ξ_1 und ξ_2 , sowie die Ordinaten $\overline{F_1P}$ und $\overline{F_2P}$.

$\xi_1 = \overline{F_1P} \cdot \text{ctg } \alpha;$ $m = \overline{F_1P} \sin \omega$ $= (x_2 - \xi_2) - (x_1 + \xi_1) \cos \omega$ $\xi_1 = \left\{ \frac{(x_2 - \xi_2) - (x_1 + \xi_1) \cos \omega}{\sin \omega} \right\} \text{ctg } \alpha$	$\xi_2 = \overline{F_2P} \cdot \text{ctg } \beta$ $n = \overline{F_2P} \sin \omega$ $= (x_1 + \xi_1) - (x_2 - \xi_2) \cos \omega$ $\xi_2 = \left\{ \frac{(x_1 + \xi_1) - (x_2 - \xi_2) \cos \omega}{\sin \omega} \right\} \text{ctg } \beta$
---	--

Nach längerer Umformung ergibt sich:

$$\xi_1 = \left[\frac{x_2 - x_1 (\cos \omega + \sin \omega \operatorname{ctg} \beta)}{\sin \omega (1 + \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta) + \cos \omega (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta)} \right] \operatorname{ctg} \alpha \quad (9)$$

$$\xi_2 = \frac{\xi_1 \operatorname{ctg} \beta + (x_1 - x_2 \cos \omega) \operatorname{ctg} \beta}{\sin \omega - \cos \omega \operatorname{ctg} \beta} \quad (10)$$

wonach sich auch die Ordinaten $\overline{F_1P}$ und $\overline{F_2P}$ berechnen lassen.

Für den Sonderfall $\omega = 90^\circ$ folgt

$$\xi_1 = \left[\frac{x_2 - x_1 \operatorname{ctg} \beta}{1 + \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta} \right] \operatorname{ctg} \alpha \quad (9')$$

$$\xi_2 = (x_1 + \xi_1) \operatorname{ctg} \beta \quad (10')$$

Schließlich wird bemerkt, daß sich bei heiklen Arbeiten die Verbindung zweier geeigneter Methoden zu Kontrollzwecken empfiehlt, z. B. bei Methode V in der Art, daß im Punkte J_0 bei Messung des Winkels ω auch die Visur von J_0 nach P festgelegt wird.

Brünn, im Dezember 1920.

Répartition des frais dans les remaniements parcellaires.

Par *H. Fluck*, ingénieur rural diplômé.

(Suite et fin.)

On a cherché dans certains cas à atténuer cette déféctuosité en attribuant, lors de l'estimation, une valeur minime aux parcelles de l'ancien état des lieux qui affectaient une forme particulièrement défavorable pour l'exploitation ou pour lesquelles de toute manière une correction était indispensable. Dans la nouvelle répartition, cette diminution de valeur n'entraîne plus en ligne de compte. Le bénéfice ainsi obtenu profitait à l'ensemble des parcelles. On a procédé de la même manière pour affecter à la couverture des frais le bénéfice qui résultait de la diminution importante de l'éloignement moyen des biens-fonds. Mais ce procédé n'est pas correct, ainsi que le démontre l'exemple suivant: Supposons que l'augmentation du revenu net d'une propriété soit de 50 francs par suite de l'opération. En admettant le taux habituel de capitalisation à 5 %, on obtient ainsi une plus-value de 1000 francs pour le capital, somme