

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =  
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

**Herausgeber:** Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

**Band:** 22 (1924)

**Heft:** 3

**Artikel:** Über das vereinigte Einschneiden

**Autor:** Hellebrand

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-188521>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 14.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

uns in das Leben und Wirtschaften des Landwirtes hineinzu-  
denken, mit ihm Freud und Leid gewissermaßen zu teilen und  
die wirtschaftlichen Krisen und Konjunktoren zu überwinden  
und setzen wir dann mit der Aufklärung in richtiger Weise ein.  
Bedenken wir auch wohl, daß die Aufklärung und Initiative  
vor allem aus landwirtschaftlichen Kreisen kommen muß, wenn  
sie einschlagen soll. Setzen wir uns daher mit landwirtschaft-  
lichen Fachleuten und Führern in Verbindung und wirken wir  
in der Etappe durch Wort und Schrift für die Sache der Güter-  
zusammenlegung, sodaß die Landwirte, gewissermaßen aus  
eigenem Antrieb, nach unserer Mithilfe verlangen. Und wenn  
dann der Ruf um Mitarbeit an uns ergeht, so zeigen wir uns  
der Aufgabe und des Vertrauens würdig und unserer Führer-  
rolle bewußt. Bedenken wir dabei auch, daß der Grund und Boden  
für den Landwirt die Existenz bedeutet!

### Über das vereinigte Einschneiden.

Wiederholt wurde von verschiedener Seite das mehrfache  
Vorwärts- wie Rückwärtseinschneiden behandelt und die Ge-  
nauigkeit beider Verfahren an Hand von Formeln und Fehler-  
kurven dargelegt. Im folgenden soll der mittlere Punktfehler  
für das vereinigte Einschneiden untersucht werden; die Schluß-

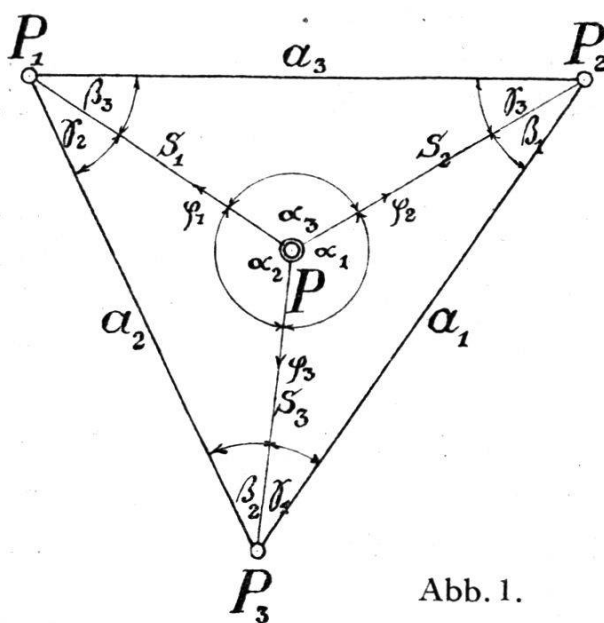


Abb. 1.

formel soll die Möglichkeit  
bieten, im Einzelfalle rasch  
entscheiden zu können, wel-  
che Bestimmungsart vom  
theoretischen Standpunkt die  
zweckmäßigste ist.

Aus den drei gegebenen  
Punkten  $P_1, P_2, P_3$  sei — im  
Sinne des nebenstehenden  
Bildes (Abb. 1) — der Neu-  
punkt  $P$  abzuleiten; die Ver-  
besserungen der gemessenen  
Winkel  $\alpha_1, \alpha_2 \dots \beta_1 \dots \gamma_3$   
werden, im Falle der Winkel-

ausgleichung, dargestellt durch die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 v_{\alpha_1} &= \rho'' \left( \frac{\sin \varphi_3}{s_3} - \frac{\sin \varphi_2}{s_2} \right) dx - \rho'' \left( \frac{\cos \varphi_3}{s_3} - \frac{\cos \varphi_2}{s_2} \right) dy - l_{\alpha_1} & r_1 \\
 v_{\alpha_2} &= \rho'' \left( \frac{\sin \varphi_1}{s_1} - \frac{\sin \varphi_3}{s_3} \right) dx - \rho'' \left( \frac{\cos \varphi_1}{s_1} - \frac{\cos \varphi_3}{s_3} \right) dy - l_{\alpha_2} & r_2 \\
 v_{\alpha_3} &= \rho'' \left( \frac{\sin \varphi_2}{s_2} - \frac{\sin \varphi_1}{s_1} \right) dx - \rho'' \left( \frac{\cos \varphi_2}{s_2} - \frac{\cos \varphi_1}{s_1} \right) dy - l_{\alpha_3} & r_3 \\
 v_{\beta_1} &= \rho'' \frac{\sin \varphi_2}{s_2} dx - \rho'' \frac{\cos \varphi_2}{s_2} dy - l_{\beta_1} & q_1 \\
 v_{\beta_2} &= \rho'' \frac{\sin \varphi_3}{s_3} dx - \rho'' \frac{\cos \varphi_3}{s_3} dy - l_{\beta_2} & q_2 \\
 v_{\beta_3} &= \rho'' \frac{\sin \varphi_1}{s_1} dx - \rho'' \frac{\cos \varphi_1}{s_1} dy - l_{\beta_3} & q_3 \\
 v_{\gamma_1} &= \rho'' \frac{\sin \varphi_3}{s_3} dx - \rho'' \frac{\cos \varphi_3}{s_3} dy - l_{\gamma_1} & \pi_1 \\
 v_{\gamma_2} &= \rho'' \frac{\sin \varphi_1}{s_1} dx - \rho'' \frac{\cos \varphi_1}{s_1} dy - l_{\gamma_2} & \pi_2 \\
 v_{\gamma_3} &= \rho'' \frac{\sin \varphi_2}{s_2} dx - \rho'' \frac{\cos \varphi_2}{s_2} dy - l_{\gamma_3} & \pi_3
 \end{aligned}$$

Beigefügt wurden die Gewichte, welche für die beim Rückwärtseinschneiden verwendeten Winkel mit  $r$ , für die andern mit  $q$  bzw.  $\pi$  bezeichnet werden, so daß die Strahlengewichte beim Vorwärtseinschneiden als  $p_1 = \pi_2 + q_3$ ,  $p_2 = \pi_3 + q_1$ ,  $p_3 = \pi_1 + q_2$  angesetzt werden können.

Führt man zur Abkürzung ein:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= a_1 s_1, c_2 = a_2 s_2, c_3 = a_3 s_3; b_1 = s_2 s_3, b_2 = s_1 s_3, b_3 = s_1 s_2; \\
 s_1 \sin \alpha_1 &= d_1, s_2 \sin \alpha_2 = d_2, s_3 \sin \alpha_3 = d_3,
 \end{aligned}$$

Größen, die man aus einer Zeichnung leicht abgreifen kann, dann findet man für den mittleren Punktfehler in  $P$  nach kurzer Rechnung:

$$M^2 = \frac{m^2}{\rho^2} \frac{Z}{N}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mit } Z &= p_1 b_1^2 + p_2 b_2^2 + p_3 b_3^2 + r_1 c_1^2 + r_2 c_2^2 + r_3 c_3^2 \\
 \text{und } N &= p_1 p_2 d_3^2 + p_1 p_3 d_2^2 + p_2 p_3 d_1^2 \\
 &\quad + p_1 \{r_1 (d_2 + d_3)^2 + r_2 d_2^2 + r_3 d_3^2\} \\
 &\quad + p_2 \{r_1 d_1^2 + r_2 (d_1 + d_3)^2 + r_3 d_3^2\} \\
 &\quad + p_3 \{r_1 d_1^2 + r_2 d_2^2 + r_3 (d_1 + d_2)^2\} \\
 &\quad + (r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3) (d_1 + d_2 + d_3)^2;
 \end{aligned}$$

hierin sind alle Verfahren der einfachen und mehrfachen Punktbestimmung enthalten.

Liegt P im Schwerpunkt eines gleichseitigen Dreiecks mit  $a_1 = a_2 = a_3 = \sqrt{3}$ ,  $s_1 = s_2 = s_3 = 1$  und denken wir uns die Bestimmung des Neupunktes aus bloß einem Dreieck ausgeführt, setzen also  $p_1 = 0$ ,  $p_2 = q_1 = \frac{P}{3}$ ,  $p_3 = \pi_1 = \frac{P}{3}$ ,  $r_1 = \frac{P}{3}$ ,  $r_2 = 0$ ,  $r_3 = 0$ , wobei das Zeichen P die unveränderliche Gesamtsumme der Gewichte darstellt, dann gibt die gleichmäßige Gewichtsverteilung:

$$M^2_{\Delta g} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot \frac{20}{3}$$

die beste Verteilung, nämlich  $p_2 = p_3 = \frac{P}{2}$ ,  $r_1 = 0$ :

$$M^2_{\Delta b} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot \frac{16}{3};$$

hingegen folgt für Vorwärtseinschneiden mit  $r_1 = r_2 = r_3 = 0$ ,

$$p_1 = p_2 = p_3 = \frac{P}{3};$$

$$M^2_V = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot 4;$$

für das vereinigte Einschneiden mit  $p_1 = p_2 = p_3 = \frac{2P}{9}$ ,  $r_1$

$$= r_2 = r_3 = \frac{P}{9};$$

$$M^2_{V+R} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot \frac{12}{5}$$

und für das Rückwärtseinschneiden bei  $p_1 = p_2 = p_3 = 0$ ,

$$r_1 = r_2 = r_3 = \frac{P}{3}$$

$$M^2_R = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot \frac{4}{3}.$$

Wir haben demnach, wenn wir die Ergebnisse in Verhältnissform anschreiben:

$$M^2_{\Delta g} : M^2_{\Delta b} : M^2_V : M^2_{V+R} : M^2_R = 100 : 80 : 60 : 36 : 20$$

und sehen, wie sehr das Rückwärtseinschneiden in diesem Sonderfall die andern Verfahren überragt.

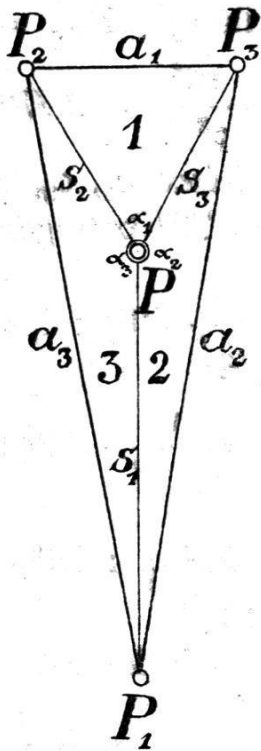


Abb. 2.

Legen wir, des Vergleiches wegen, der Rechnung ein anderes Dreieck zugrunde, etwa  $a_1 = 1, a_2 = a_3 = \sqrt{5 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{8,4640}$ ;  $s_1 = 2, s_2 = s_3 = 1$ ;  $\alpha_1 = 60^\circ, \alpha_2 = \alpha_3 = 150^\circ$ , demnach  $b_1^2 = 1, b_2^2 = b_3^2 = 4$ ;  $c_1^2 = 4, c_2^2 = c_3^2 = 5 + 2\sqrt{3}$ ;  $d_1^2 = 3, d_2^2 = d_3^2 = \frac{1}{4}$  (Abb. 2), so geben: Dreieck 2 oder 3 bei

gleichmäßiger Gewichtsverteilung  $M^2_{\Delta g} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot 53,856$ , Dreieck 2 oder 3 bei bester

Gewichtsverteilung  $M^2_{\Delta b} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot 36$ ; Dreieck

1 bei bester (gleichmäßiger) Gewichtsverteilung

$M^2_{\Delta} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot 4$ ; weiterhin folgt für das üb-

liche Vorwärtseinschneiden  $M^2_{Vg} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot 7,714$ , für das beste

Vorwärtseinschneiden, d. i. jenes aus den Winkeln des ersten Dreiecks, weil das die beste Gewichtsverteilung vermittelnde Dreieck aus  $d_1, d_2, d_3$  wegen  $d_1 > d_2 + d_3$  nicht

konstruierbar ist, bloß  $M^2_{Vb} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot 5,3$ , für das Rückwärts-

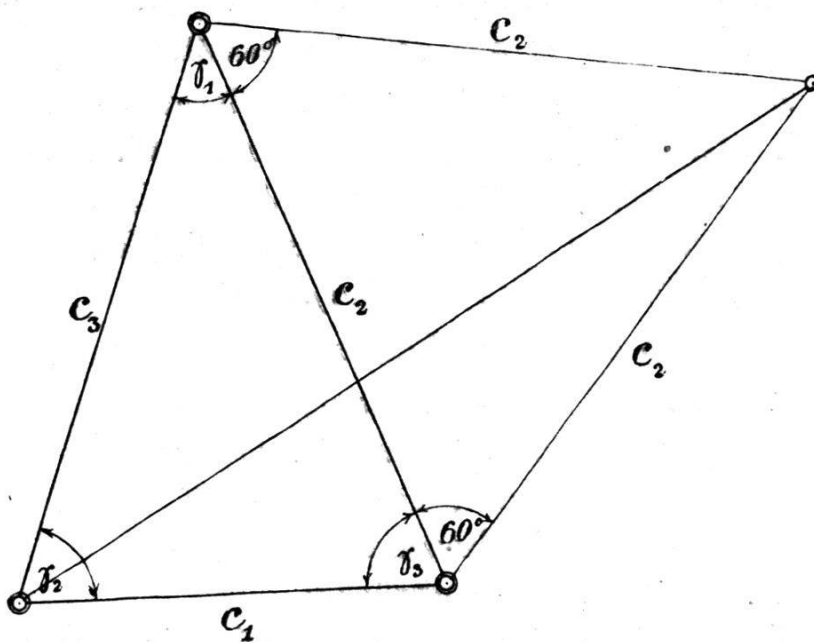


Abb. 3.

einschneiden mit gleichmäßiger Gewichtsverteilung  $M^2_{Rg} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot 2,804$ , bei bester Verteilung  $M^2_{Rb} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot 2,670$ ;

letztere findet man aus dem Dreieck mit den Seiten  $c_1, c_2, c_3$  (Abb. 3), dessen Winkel  $\gamma_1 = 40^\circ, \gamma_2 = \gamma_3 = 70^\circ$  betragen, nach der Proportion:

$$r_1 : r_2 : r_3 = c_2 c_3 \sin (40^\circ + 60^\circ) : c_1 c_3 \sin (70^\circ + 60^\circ) : c_1 c_2 \sin (70^\circ + 60^\circ) = 8,33 : 4,46 : 4,46;$$

endlich für das vereinigte Einschneiden  $M^2_{V+R} = \frac{m^2}{\rho^2 P} \cdot 4,844$ .

So haben wir, zusammenfassend:

$$M^2_{\Delta g} : M^2_{\Delta b} : M^2_{Vg} : M^2_{Vb} : M^2_{V+R} : M^2_{Rg} : M^2_{Rb} \\ = 53,9 : 36 : 7,7 : 5,3 : 4,8 : 2,8 : 2,7,$$

und merken auch hier die bedeutende Ueberlegenheit des Rückwärtseinschneidens.

Liegt der Neupunkt P außerhalb des Dreiecks  $P_1 P_2 P_3$ , dann tritt in dem Verhältnis der Punktfehler eine wesentliche Aenderung ein; doch bietet die obige allgemeine Formel stets die Möglichkeit, die jeweils zweckmäßigste Bestimmungsmethode verhältnismäßig leicht feststellen zu können. *Hellebrand.*

## Schweizerischer Geometerverein.

**Sitzung des Zentralvorstandes vom 23./24. Februar 1924.**

**Auszug aus dem Protokoll.**

Der Zentralvorstand hat sich folgendermaßen konstituiert:  
 Vorsitz: J. Mermoud, L'Isle; Vizepräsident: G. Halter, Chur;  
 Sekretär: Th. Baumgartner, Küsnacht (Zürich); Quästor: E. Vogel, Lyß (Bern); Beisitzer: G. Panchaud, Genf; W. Maderni, Lugano, und J. Früh, Münchwilen (Thurgau).

Wir begrüßen als neue Mitglieder:

Hermann Amrein, Romont;  
 Louis Genoud, Château St. Denis;  
 Werner Bühlmann, Freiestraße 22, Bern;  
 Fausto Tosi, Bellinzona;  
 R. Häfliger, Emmenbrücke;  
 Ferd. Virieux, Kantonalbankgebäude, Lausanne;  
 Edwin Lips, Vermessungsingenieur, Elgg (Zürich).