

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 24 (1926)

Heft: 6

Artikel: Schweizer Geographische Koordinaten : Uebersicht über ihre
Grundlagen, Berechnungsmethoden und ihren Verwendungsbereich

Autor: [s.n.]

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-189587>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 01.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

eingehängten Dreieckskette wird der Forderung nach bester Ausnützung der Beobachtungsarbeit Rechnung getragen, wenn man auf das einzelne Dreieck umsomehr Beobachtungen aufwendet, je näher es der Kettenmitte liegt, je größer seine Fläche und je schlechter seine Form ist.

Hellebrand.

Schweizer Geographische Koordinaten.

Uebersicht über ihre Grundlagen, Berechnungsmethoden und ihren Verwendungsbereich.

Mitteilung der Eidg. Landestopographie, Sektion für Geodäsie.

Literaturnachweis.

1. *Eschmann*: Ergebnisse der trigonometrischen Vermessungen in der Schweiz, 1840 Zürich.
2. *E. Plantamour* et *A. Hirsch*: Détermination télégraphique de la Différence de longitude entre des stations suisses, 1872 Genève et Bâle.
3. *E. Plantamour*: Observations faites dans les stations astronomiques suisses, 1873 Genève et Bâle.
Schweizerische geodätische Kommission:
Das schweizerische Dreiecknetz. (Bern, Eidg. Landestopographie.)
4. I. Band: Die Winkelmessungen und Stationsausgleichungen, 1881.
5. II. Band: Die Netzausgleichung und die Anschlußnetze der Sternwarten und astronomischen Punkte, 1884.
6. III. Band: La Mensuration des Bases, 1888.
7. IV. Band: Die Anschlußnetze der Grundlinien, 1889.
8. V. Band: Astronomische Beobachtungen im Tessiner Basisnetz, auf Gäbris und Simplon; definitive Dreieckseitenlängen; geographische Koordinaten, 1890.
9. *Rudolf Wolf*: Geschichte der Vermessungen in der Schweiz, 1897, Bern, Eidg. Landestopographie.
10. *M. Rosenmund*: Die Aenderung des Projektionssystems der schweiz. Landesvermessung, 1903, Bern. Eidg. Landestopographie.
11. *H. Zölly*: Die geodätischen Grundlagen der schweiz. Landesvermessung. Vortrag, gehalten im schweiz. Ingenieur- und Architektenverein, Sektion Bern, 1921. Manuskript.
12. *A. Ansermet*: A propos du nouveau système de projection. Schweiz. Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1923, S. 229.

a) *Einleitung: Geographische und rechtwinklige Koordinaten.*

In schweizerischen Triangulationen sind *geographische Koordinaten* verhältnismäßig selten zur Festlegung trigonometrischer Punkte verwendet worden. Das „Verzeichnis der geographischen Oerter“ der Eschmannschen Triangulation (1, S. 188)

und die geographischen Koordinaten der Gradmessungstriangulation (8, S. 193) sind die einzigen in der Literatur bekannt gewordenen Fälle.

Die Punktdarstellung auf einer Projektionsebene mit *rechtwinkligen* Koordinaten in Metermaß bietet gegenüber der Darstellung auf dem Ellipsoid in Bogenmaß große Vorteile, vorausgesetzt, daß sie sich auf ein einheitliches, geeignetes Projektionssystem bezieht. Sämtliche Punkte der neuen schweizerischen Landes- und Grundbuchtriangulation sind daher durch rechtwinklige ebene Koordinaten in winkeltreuer, schiefachsiger Zylinderprojektion dargestellt (10). Selbst bei den Punkten höherer Ordnung, die eine sphärische Behandlung der Beobachtungen erforderten, konnte dank der σ - und τ -Tafeln (10, Tafel IV und V) ein Zurückgreifen auf Kugel- oder sogar Ellipsoidkoordinaten umgangen werden.

Trotzdem muß die Eidg. Landestopographie in gewissen Sonderfällen bei ihren geodätischen Arbeiten sich geographischer Koordinaten bedienen. So sind kürzlich für die Punkte eines Grenzpolygons Italien-Schweiz im Unterengadin die geographischen Koordinaten aus Zylinderkoordinaten berechnet worden. Hierbei kamen die für solche Berechnungen sonst üblichen Formeln 60* und 61* (10, S. 92/94) nicht zur Anwendung, sondern aus diesen abgeleitete, einem Sonderfall angepaßte Formeln. Es mag daher von einigem Interesse sein, hier die Gründe der Aenderung dieser Formeln, ihre Ableitung und Verwendungsart kurz zu skizzieren.

b) *Grundlagen der Schweizer geographischen Koordinaten, der Landes- und Grundbuchtriangulation.*

Bevor aber hierauf näher eingetreten wird, sollen im folgenden die grundlegenden Daten der Landes- und Grundbuchtriangulation und damit auch der Schweizer geographischen Koordinaten zusammengestellt werden. Eine solche Zusammenfassung ist angezeigt, weil die maßgebenden Angaben in der Literatur ziemlich zerstreut sich vorfinden und eine rasche Orientierung bisher erschwerten.

Als *mathematische Form und Größe der Erde* wurde für die 1861 angeregte europäische Gradmessung (9, S. 304) und damit auch für die im Jahre 1863 begonnene schweizerische Gradmessungstriangulation, das *Bessel'sche Ellipsoid* angenommen

(8, S. 191), das F. W. Bessel im Jahre 1841 durch Ausgleichung von 10 Breitengradmessungen errechnet hatte. Auch alle späteren Arbeiten, im besondern die in neuerer Zeit beobachtete Landes- und Grundbuchtriangulation und die ganze Grundbuchvermessung, stützen sich auf diese Erdform und Dimension.

Die Dimensionen des Bessel'schen Ellipsoïds sind (8, S. 191) (10, S. 61):

$$\text{Gro\ss e Halbachse } a = 6\,377\,397.15\,500 \text{ m}$$

$$\text{Kleine Halbachse } b = 6\,356\,078.96\,325 \text{ m}$$

$$\text{Abplattung } \frac{a-b}{a} = \alpha = \frac{1}{299.152_{s.128}}.$$

Die *Winkelmessungen* für die Gradmessungstriangulation erstreckten sich auf die lange Dauer von 15 Jahren, 1864 bis 1879 (Beobachtungen 4, Netzplan 5, S. 1 und 8, Anhang).

Die *Ausgleichung* dieser Beobachtungen (5) erfolgte in einem Gusse für das ganze Hauptnetz nach der Methode der kleinsten Quadrate und zwar „bedingt“ unter Einführung von Winkelgewichten proportional der Beobachtungszahl. Für die Berechnung der sphärischen Exzesse wurde eine Kugel vom mittleren Krümmungsradius von Bern [$\log r = 6.80474$] zu Grunde gelegt (8, S. 166). Durch diese Ausgleichung ist die *Form* des Dreiecknetzes endgültig festgelegt worden (ausgeglichenen Dreieckswinkel 4, S. 33).

Für die Bestimmung der *Grö\ss e* der Dreiecksseiten wurden Grundlinien bei Aarberg, Weinfeldern und Bellinzona gemessen (6) und durch Basisanschlu\ss netze (6) auf die drei Ausgangsseiten des Hauptnetzes übertragen. Für diese lagen aus einer ersten provisorischen Seitenrechnung des ausgeglichenen Hauptnetzes provisorische Werte vor. Sie hätten dann widerspruchsfrei den aus den Grundlinien ermittelten 3 Ausgangsseiten entsprochen, wenn die Differenzen zwischen ihren Logarithmen für alle 3 Seiten sich konstant gezeigt hätten. Dem war aber nicht so, sondern es zeigten sich relativ gro\ss e Abweichungen. Man führte nun diese provisorischen Seitenlängen folgenderma\ss en auf definitive über: Die Form des Hauptnetzes, d. h. die Grö\ss e der ausgeglichenen Winkel, blieb unverändert. Die provisorischen Seitenlogarithmen hingegen wurden um einen konstanten \log Zuschlag vergrößert, der sich als arithmetisches Mittel aus

den erwähnten 3 log Differenzen errechnete. So ergab sich der endgültige Wert von

log Chasseral-Rötifluh zu 4.581 2608.8 (8, S. 169), was einer Seitenlänge von 38 129.46 m entspricht. Diese Zahl muß als das Urmaß für alle aus Landes- und Grundbuchtriangulation hervorgehenden Distanzen angesehen werden. Denn einzig aus dieser einen grundlegenden Seite wurden alle übrigen Seiten des Hauptnetzes und hieraus die Seiten der anschließenden Netze II., III und IV. Ordnung berechnet. Im Gradmessungsnetz ist die Seitenrechnung mit den ausgeglichenen Dreieckswinkeln, unter Benützung des Satzes von Legendre widerspruchsfrei durchgeführt worden (8, S. 175).

Für die *geographische Festlegung und Orientierung* des ganzen Gradmessungsnetzes fanden die astronomischen Polhöhen- und Azimutbeobachtungen im Jahre 1869 am Meridiankreis der alten Sternwarte Bern statt. Sie ergaben als *geographische Breite* des Meridiankreises $46^{\circ} 57' 8.66'' \pm 0.13''$ (3, S. 137, und 8, S. 189) und als *Azimut* des westlichen Blitzableiters auf dem Hause Gurten bezüglich astronomisch Nord $180^{\circ} 0' 37.59'' \pm 0.23''$ (2, S. 93, und 8, S. 190).

Im Frühling 1876 wurde die alte Sternwarte abgebrochen und der Hügel, auf dem sie stand, abgetragen. Dabei übertrug man das Zentrum des alten Meridianinstrumentes zentrisch zu sich selbst auf die Kreuzkerbe des sogenannten Nullpunktsteines im Kellerboden der neuen Sternwarte (5, S. 87). Erst im August 1876 hat man die obengenannte astronomische Orientierung durch Winkelbeobachtungen zwischen diesem Blitzableiter und den Punkten Gurten *B*, Chasseral, Röthi und Berra auf das Hauptnetz übertragen (5, S. 89). Gleichzeitig brachte man den Nullpunktstein durch ein Anschlußnetz mit dem Hauptnetz in Verbindung (4, S. 79).

Damit war nun das Gradmessungsnetz nicht nur *in Form und Größe* bestimmt, sondern auch nach seiner *geographischen Lage und Orientierung* festgelegt; es konnten jetzt die *geographischen Koordinaten* gerechnet werden

Ausgangspunkt ist das Meridianzentrum der *Sternwarte Bern* (8, S. 189) mit der angenommenen astronomischen Länge

$$L_0 = 0^{\circ} 0' 0.00''$$

der astronomisch bestimmten Breite

$$B_0 = 46^\circ 57' 8.66''$$

und dem Ausgangsazimut nach Chasseral

$$305^\circ 11' 33.23'' \text{ (8, S. 189).}$$

Für Sternwarte Bern sind also die astronomisch und geodätisch bestimmten geographischen Koordinaten identisch angenommen, der Punkt somit als lotstörungsfrei vorausgesetzt. Für alle übrigen Punkte der Schweiz lassen sich aber 2 Paare geographischer Koordinaten festlegen, nämlich die geodätisch aus dem Dreiecknetz berechneten und die astronomisch bestimmten. Ihre Differenz ist das Maß der Lotstörung dieses Punktes bezüglich der als nicht lotgestört vorausgesetzten Sternwarte Bern. Im folgenden ist ausschließlich die Rede von den *geodätisch* bestimmten geographischen Koordinaten.

Die Berechnung der geographischen Koordinaten erfordert die Auflösung der sogenannten *geodätischen Hauptaufgabe*, die so lautet: Gegeben ein Punkt durch seine geographischen Koordinaten, sowie Azimut und Distanz nach einem zweiten Punkt. Gesucht die geographischen Koordinaten dieses zweiten Punktes. Man bediente sich der sogenannten indirekten sphäroidischen Auflösung, wie sie von C. F. Gauß in seinen „Untersuchungen über Gegenstände der höhern Geodäsie 1847“ gegeben ist (8, S. 190). Erster gegebener Punkt war die Sternwarte Bern. Hieraus konnte z. B. Chasseral und daran anschließend Punkt für Punkt des Hauptnetzes und der Sternwarten- und Basis-Anschlußnetze bestimmt werden.

Diese 1890 veröffentlichten geographischen Koordinaten (8, S. 193) bilden seit dieser Zeit die Grundlage für alle geodätischen Arbeiten in der Schweiz. Da aber bis 1903 kein einheitliches Projektionssystem für die ganze Schweiz sondern die *vielen kantonalen* Projektionssysteme bestanden, konnten sich die Vorteile dieser neuen einheitlichen Grundlage für Triangulationen nicht auswirken.

Dieser Nachteil verschwand als sich die Eidg. Landestopographie 1903 entschloß, für alle Triangulationsarbeiten der Schweiz die *Zylinderprojektion* einzuführen (10). Jetzt wurden die geographischen Koordinaten aller Punkte des Gradmessungnetzes nach den Formeln der schiefachsigen, winkeltreuen Zylinderprojektion vom Bessel'schen Ellipsoid winkeltreu auf

die Projektionskugel und von dieser auf die Projektionsebene übergeführt. Die so entstehenden Zylinderkoordinaten der Hauptpunkte wurden auf Millimeter genau gerechnet, sind dann aber auf ganze Zentimeter abgerundet worden und diese *Zentimeter-Koordinaten* bilden die Grundlage für alle weiteren Berechnungen (Azimute, Seiten etc.).

Bei den Vorbereitungsarbeiten für die Einführung der Eidg. Grundbuchvermessung diskutierte im Jahre 1909 eine Fachkommission die Frage, ob die *Gradmessungstriangulation als Grundlage für die Grundbuchtriangulation* genüge. Es wurde damals mehrheitlich beschlossen, an dieser Grundlage festzuhalten. In den Jahren 1911–1913 ausgeführte Nachmessungen zeigten aber deutlich, daß wohl die über das schweizerische Mittelland sich erstreckende Dreieckskette modernen Ansprüchen an ein Netz erster Ordnung mit einigen Ausnahmen genügen konnte, daß aber die Punkte der als „*Alpenübergang*“ bekannten Nord-Südkette unbedingt verworfen werden mußten. Somit verblieben nur die Koordinaten folgender Gradmessungshauptpunkte als Grundlage für die neue Landes- und Grundbuchtriangulation: Colombier, Trélod, Dôle, Colonné, Rochers de Naye, Suchet, Berra, Chasseral, Gurten, Rötifluh, Napf, Wisenberg, Feldberg, Lägern, Rigi, Hohentwil, Hörnli, Hersberg.

An diese gegebenen Punkte lehnt sich nun *das neue 1914/15 beobachtete Alpenhauptnetz* an, das in 2 Gruppen nach vermittelnder Methode und mit Anschlußzwang an die gegebenen Punkte ausgeglichen wurde. Die gesamte Verarbeitung des Beobachtungsmaterials für das Alpenhauptnetz und für alle übrigen trigonometrischen Punkte II. und III. Ordnung geschah in der Projektionsebene mit Zylinderkoordinaten. Dabei wurden die beobachteten (sphärischen) Richtungen und die sphärischen Seiten mit Hilfe der Korrektionsgrößen τ und σ (nach den Formeln 74* und 79 in 10) auf die Projektionsebene übergeführt. Die sehr umständliche Berechnung zuerst der geographischen Koordinaten eines Punktes und deren nachherige Ueberführung auf Zylinderkoordinaten konnte damit auf einfache Weise vermieden werden.

Mußten nun ausnahmsweise einmal für besondere Zwecke die *geographischen Koordinaten eines in Zylinderkoordinaten* gegebenen Punktes ermittelt werden, so bediente man sich

der Formeln 60* und 61* (10, S. 92 und 94) für die Transformation der Zylinderkoordinaten auf Kugelkoordinaten und der Tafeln I und III (10, Anhang) für die Ueberführung der Punkte von der Kugel auf das Ellipsoid.

c) Mängel und Fehler in den schweizerischen Tabellen und Formeln der winkeltreuen, schiefachsigen Zylinderprojektion.

Bei dieser Berechnung geographischer Koordinaten zeigte sich jeweilen ein kleiner *Uebelstand bei Verwendung der Tabelle I*. Sie gibt für die Ueberführung der bekannten sphäroidischen Breite B auf die Kugelbreite b die zugehörige Differenz $B-b$. Will man die Tafel I auch umgekehrt zur Ermittlung der sphäroidischen Breite bei gegebener Kugelbreite benutzen, so kann man die erforderliche Differenz nie direkt der Tafel entnehmen, sondern muß sie durch schrittweise Näherung bilden. Die Sektion für Geodäsie hat daher durch Umgestaltung der Tabelle I eine neue Tafel Ia mit dem Argumente b erstellt, aus der bei bekannter Kugelbreite b die Differenz $B-b$ direkt entnommen werden kann.

Ferner ist hier der Ort, um 2 Fehler in den Formeln für x' und für λ zu erwähnen, die bei Nichtberücksichtigung eine kleine Trübung der Rechnungsergebnisse bedingen:

Der eine Fehler wurde von Ingenieur Ansermet gefunden (12, S. 229). Er betrifft den numerischen Wert für $\log [15]$ (9, S. 90), der 9.15 918—30 und nicht 9.33 918—30 lauten soll. Die Sektion für Geodäsie hat die Berechnung sämtlicher, mit diesem Fehler behafteten Punkte des Gradmessungsnetzes durchkorrigiert. Sie hat dabei festgestellt, daß durch diese Verbesserung die Zylinderkoordinaten dieser Punkte nur um so wenige Millimeter änderten, daß bei der Aufrundung keine Zentimeteränderungen entstanden. Der Einfluß des erwähnten Fehlers auf die endgültigen Zylinder-Zentimeter-Koordinaten war also belanglos.

Der zweite Fehler äußerte seine Wirkung für Punkte mit großem x derart, daß die beiden Berechnungsformeln 56* und 61* für y und λ einander nicht genau entsprachen. Berechnete man nämlich mit 56* aus gegebenem L eines Punktes seine Zylinderkoordinaten und aus diesen mit 61* wieder seine Länge, so zeigte sich zwischen dem Ausgangs- und dem Endwert eine Differenz von einigen Tausendstelsekunden. Zur Auf-

deckung dieser Fehlerursache und zur einwandfreien abschließenden Kontrolle der wichtigen Formeln 56*, 57*, 60* und 61* (8, S. 89 und 96) überhaupt ließ daher der Chef der Sektion für Geodäsie die gesamte Ableitung dieser Formeln durch Ingenieur Accola unabhängig von den ursprünglichen Aufstellungen nachrechnen.

Seine Untersuchung ergab folgende Resultate:

1. Die Streichung von Gliedern höherer als 5. Potenz in den Formeln 56* und 57* bewirkt in den Y und X Vernachlässigungen von höchstens 4 mm in extremen Werten von Y und X . Entsprechend sind in den Gleichungen 60* und 61* die betreffenden Vernachlässigungen in den γ und ψ nicht größer als 0.0002''.
2. Die Formeln 56*, 57* und 60* sind richtig abgeleitet.
3. Bei der Ableitung der Formel 61* wurden seinerzeit irrtümlicherweise 3 Glieder nicht mitgeführt, so daß das Glied mit y'^5 (8, S. 94) nicht

$$+ \left(\frac{[2]}{[1]^2} [6'] - 2 \frac{[2][3]}{[1]^5} [2'] + 2 \frac{[3]^2}{[1]^7} + \frac{[5]}{[1]^4} [2'] - \frac{[7]}{[1]^6} \right) y'^5$$

sondern

$$+ \left(\frac{[2]}{[1]^2} [6'] - 4 \frac{[2][3]}{[1]^5} [2'] + 3 \frac{[3]^2}{[1]^7} + \frac{[5]}{[1]^4} [2'] - \frac{[7]}{[1]^6} + \frac{[2]}{[1]^3} [2']^2 \right) y'^5$$

lauten muß. Damit ist auch (8, S. 94) $\log [18'] = 0.73997$ falsch und soll richtig heißen

$$\lg [18'] = 0.98417$$

4. Außer $\log [15]$ und $\log [18']$ sind auch die Koeffizienten $\log [16']$ und $\log [17']$ unrichtig, aber nur um kleine, belanglose Beträge.
 $\lg [16']$ soll heißen 1.98416 und nicht 1.98447;
 $\log [17']$ soll heißen 1.68314 und nicht 1.68336.
5. Alle übrigen Koeffizienten und auch die Fundamentalwerte $\log R$, $\log \text{im } b_0$, $\log \cos b_0$ und $\log \text{tg } b_0$ sind richtig gerechnet.

Gestützt auf diese Untersuchung sind sämtliche geographischen Koordinaten der Sektion für Geodäsie, bei denen der falsche Koeffizient $[18']$ und die Unschärfen in $[16']$ und $[17']$ einen Einfluß auszuüben vermochten, durchkorrigiert worden. Damit sind nun auch die erwähnten auffälligen Differenzen in

den Formeln 56* und 61* zwischen Ausgangs- und Endwert für L bei Punkten mit großem X ganz verschwunden.

Die Fundamentalformeln der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion 56*, 57* für die Ueberführung von Punkten vom Ellipsoïd auf die Projektionsebene entsprechen jetzt somit auch in den extremsten Lagen der Schweiz restlos ihrer Umkehrung 60*, 61* für die Rückführung der Punkte von der Ebene aufs Ellipsoïd.

(Fortsetzung folgt.)

Bericht über die XXII. Hauptversammlung des Schweizerischen Geometervereins

vom 8. Mai 1926 in Zürich

und die damit verbundenen Anlässe vom 6., 7. und 8. Mai.

Die diesjährige Hauptversammlung des Geometervereins stand unter einem guten Zeichen, und was die geschmackvoll gedruckte Einladungskarte an geistigen und leiblichen Genüssen versprach, ward reichlich gehalten.

Mit kaum einer Viertelstunde Verspätung konnte der Präsident des Organisationsausschusses, Herr Stadtgeometer Bertschmann von Zürich, die am Donnerstag den 6. Mai auf 14 Uhr angesetzte Konferenz des Verbandes praktizierender Grundbuchgeometer eröffnen und nach kurzer Einleitung Herrn Allenspach das Wort zu seinem Vortrag: *Tarif für Uebersichtspläne* erteilen. Der Referent, welcher auf diesem Spezialgebiet über eine reiche Erfahrung verfügt, erläuterte zunächst die Hauptpunkte des bisherigen Taxationssystems, um dann an Hand von Beispielen, die sich auf drei verschiedenartige größere Gemeinden stützten, zu zeigen, daß eine Neuregelung notwendig sei, wenn der Unternehmer solcher Arbeiten nicht zu Schaden kommen solle. Ein von ihm im Auftrage des Verbandes ausgearbeiteter Taxationsentwurf wurde hierauf nach allen Richtungen eingehend erläutert, die für solche Arbeiten grundlegenden Prinzipien überzeugend dargetan und neue Vorschläge für die künftige Regelung dieses Spezialgebietes der schweizerischen Grundbuchvermessung gemacht, welche wohl geeignet sein dürften, als Ausgangsbasis für kommende Verhandlungen mit den maßgebenden Behörden zu dienen.